अंकगणित.

शिक्षामाला ह्या नांवाचें पुस्तक

मेहरबान जार्ज जार्विस साहेब यांनी मराठी भाषेंत उतरलें, त्यांतील हा अंकगणित भाग [illegible] केल्या छापून घेतला आहे.

हें पुस्तक मुंबईंतील मेहरबान बोर्ड आफ एज्युकेशन यांच्या हुकुमावरून पाठशाळेकडील छापख्यान्यांत छापिलें.

नवी आवृत्ति.

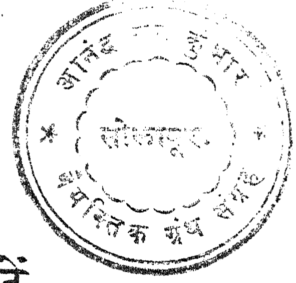
छापणारा नारोराम चंद्र ठकार कं० छा०

मुकाम पुणें.

इसवी सन १८५२.

शके १७७३.

अपूर्णांक भागाची अनुक्रमणिका.



अपूर्णांक.

कार्यप्रकाशकचिन्हें.

गणित आणि बीजगणित यांमध्यें कितीएक कामांचीं प्रकाशक ह्मणजे दाखविणारीं चिन्हें आहेत तीं लिहितों.

\+ हें चिन्ह अधिक करण्याचें ह्मणजे मिळविण्याचें, हें धनाचिन्ह.

— हें उणें करण्याचें ह्मणजे वजाकरण्याचें, हें ऋण चिन्ह.

× हें गुणण्याचें.

÷ हें भागण्याचें

:: : : हें राशिगणित करण्याचें.

= हें ह्मणजे शब्दाचें किंवा बराबर.

√ हें वर्गमूळ करण्याचें.

∛ हें घनमूळ करण्याचें.

यांचींउपयोगस्थळें.

५ + ३ यांत ५ आणि ३ यांची मिळवणी करावी, असें मध्यचिन्ह

दाखवितें.

६ − २ यांत ६ तून २ उणे करावे, म्हणजे साहांत दोन वज

करावे.

७ × ३ यांत सातांनीं तीन गुणावे, हें गुण्यचिन्ह दाखवितें.

८ ÷ ४ यांत आठ चोहोंनीं भागावे, असें भाज्यचिन्ह दाखवितें.

२ : ३ :: ४ : ६ यांत जसे दोन तिहींस तसे चार साहांस.

$७^{२}$ यांत सातांचा वर्ग करावा हें तो वरचा लाहान अंक दा

वितो.

$८^{३}$ यांत आठांचा घन करावा हें तो वरचा लाहान अंक दा

खवितो.

$\sqrt{३}$ किंवा $३^{\frac{१}{२}}$ यांत तिहींचें वर्गमूळ करावें.

$\sqrt[३]{५}$ किंवा $५^{\frac{१}{३}}$ यांत पांचांचें घनमूळ करावें.

व्यवहारी अपूर्णांक.

कोणता ही अवयवी किंवा संख्यापूर्ण अथवा अखंड जाणून, त्याचे कितीहि खंड केले तरी त्या खंडांच्या समुदायास अ पूर्ण म्हणतात; जसें, जर मूळ अवयवीचे आठ भाग केले तर

भागांतून ३, ५, ७. इत्यादि भाग घेतात त्यांस अपूर्ण म्हणतात; आणि त्यांची लिहिण्याची रीति या प्रकारें आहे, ३/८, ५/८, ७/८ इत्यादि. रेघेचे खालच्या अंगास जी संख्या आहे तीस छेद म्हणतात, कां कीं मूळ अवयवी किती भागांनीं छेदिला आहे तें ती दाखविते, आणि रेघेच्या वरच्या अंगास जी संख्या आहे तीस अंश म्हणतात, कां कीं मूळ अवयवीचा अपूर्णपणा दाखवायासाठीं त्या केलेले छेदांतून किती भाग घेतले आहेत हें ती दाखविते. या रूपाच्या संख्येस दशांश अपूर्णांकाचा भेद दाखवायासाठीं व्यवहारी अपूर्णांक असें नांव ठेविलें आहे.

व्यवहारी अपूर्णांकांत कांहीं भेद आहेत; जसें, सम, विषम, भागजाति, प्रभागजाति, भागानुबंध अपूर्णांक इत्यादि.

सम अपूर्णांक तोच होय, ज्यांत अंश छेदांहून उणे आहेत; जसें, १/२, अथवा २/३, अथवा ३/४.

विषम अपूर्णांक तोच होय, ज्यांत अंश छेदांच्या बराबर किंवा अधिक आहेत; जसें, ३/३, अथवा ५/४, अथवा ७/६. या प्रकारास विषम असें नांव ठेवायाचें कारण हेंच आहे कीं, असा अपूर्णांक एकाचे बराबर किंवा एकापेक्षां अधिक आहे.

भागजाति अपूर्णांक तोच होय, ज्यांत एके सगळे वस्तूचा तुकडा केवळ अपूर्णांकच आहे; जसें, ३/४, अथवा २/८.

प्रभागजाति अपूर्णांक तोच होय, ज्यांत अपूर्णांकाचा अ पूर्णांक, अथवा कितीएक अपूर्णांकांमध्यें चालिहून जे जोडले असतात; जसें, $\frac{२}{३}$ चा $\frac{१}{२}$ अथवा ३चे $\frac{५}{६}$ चे $\frac{३}{८}$.

भागानुबंध पूर्णांक तोच होय, ज्यांत पूर्णांक लिहून त्या पुढें जवळच अपूर्णांक लिहिला आहे; जसें, २$\frac{१}{२}$ अथवा १५$\frac{३}{४}$ अथवा २१$\frac{५}{१२}$.

मिश्र अपूर्णांक तोच आहे, ज्याचे अंश आणि छेद दोन ही सम, विषम, अथवा भागानुबंध आहेत; जसें, $\frac{१}{\frac{२}{३}}$, अथवा $\frac{३}{\frac{४}{५}}$, अथवा $\frac{३}{\frac{६}{७}}$, अथवा $\frac{३\frac{१}{२}}{४}$ इत्यादि. हे सर्व मिश्र अपूर्णांक आहेत.

कोणत्याही पूर्णांकास छेदस्थळीं एक लिहिल्यानें अपू र्णांकाचें रूप होतें; जसें, जर ३ यापूर्णांकास अपूर्णांकाचें रूप द्यायाचें आहे तर त्याची लिहिण्याची रीति $\frac{३}{१}$ अशी आहे; तसें इत्यादि.

कोणताही अपूर्णांक भागाकार दाखवितो; ह्मणून अंश छेदांनीं भागून जो भागाकार उत्पन्न होतो त्याचे बराबर त्या अ पूर्णांकाचा भाव आहे. जसें, $\frac{१२}{६}$ या अपूर्णांकाचा भाव २ याचे बराबर आहे; आणि $\frac{२५}{६}$ याचा भाव ४$\frac{१}{६}$ याचे बराबर आहे.

व्यवहारी अपूर्णांकाचा रूपभेद.

व्यवहारी अपूर्णांकाचा रूपभेद म्हणजे त्यास एका रूपांतून किंवा नावांतून दुसऱ्या रूपांत किंवा नावांत आणण्याचा प्रकार आहे, आणि व्यवहारी अपूर्णांकाची मिळवणी, वजाबाकी इत्यादि करायासाठीं अगोदर त्यांस हा प्रकार केला पाहिजे; असा रूपभेद द्यावयाचे कितीएक प्रकार आहेत.

कृत्य.

दोन किंवा अधिक संख्यांचा दृढभाजक काढायाचें.

दोन किंवा अधिक संख्यांचा दृढभाजक तीच संख्या आहे, जी त्यासंख्यांस निःशेष भागिते; जसें, १८ आणि २४ या दोन संख्या २, ३, ६, यांणीं निःशेष भागिल्या जातात, परंतु यांत मोठी संख्या ६ तीस दृढभाजक ह्मणतात.

रीति.

जर दोन संख्या मात्र असतील, तर त्यांत जी मोठी स

ख्या असेल ती लाहान संख्येनें भागावी; नंतर, बाकी राहील
तो नवा भाजक करून त्याणें पूर्व भाजक भागावा; याप्रमाणें शेव
ल बाकीनें तत्पूर्व भाजक पुनःपुनः भागितां ज्या भाजकानें शेव
ल भाज्य निःशेष होईल तो इष्टिक संख्यांचा दृढभाजक होय

जेव्हां संख्या दोहोंपेक्षां अधिक असतील, तेव्हां त्यांत
भलते दोहोंचा पूर्वीं सांगितल्याप्रमाणें दृढभाजक काढ, नंतर
दृढभाजक आणि राहिलेली संख्या यांचा दृढभाजक काढ;
रीतीनें जितक्या संख्या राहिल्या असतील त्यांचा दृढभाजक
ढावा; ह्मणजे शेवटील दृढभाजक जो उत्पन्न होतो तो सर्वसां
तल्या संख्यांचा दृढभाजक आहे.

जर असें होतें कीं, अशा रीतीनें दृढभाजक १ मात्र
यतो; तर अशा संख्यांस अदृढभाजक ह्मणतात, ह्मणजे यां
दृढभाजक नाहीं, अथवा असें ह्मणतात कीं त्या संख्या परस्प
अविभाज्य* आहेत.

---

* अविभाज्य संख्या ज्या आहेत, त्यांस एकावांचून दुसरा भाजक
शेष भागित नाहीं; जसें, २, ३, ५, ७, ११, १३, १७ इत्यादि. या संख्यांचा
ध पूर्वकाळापासून चालत आहे, आणि अशा संख्या जाणण्यासाठीं एक
गली रीति आजच्यादिवशीं अपेक्षित आहे.

उदाहरणें.

प्रथम, १९०८, ९३६, आणि ६३० यांचा हद्दभाजक काढ.

९३६) १९०८ (२ ह्मणजे १९०८ आणि ९३६ यांचा हद्दभाजक ३६ आहे.
१८७२
३६) ९३६ (२६ नंतर ३६) ६३० (१७
७२ ― ३६
२१६ ― २७०
२१६ ― २५२
०० ― १८) ३६ (२
३६
००

याजकरितां सांगितल्या संख्यांचा हद्दभाजक १८ आहे.

(ईरातास् थेनीस्) या नामें एक मोठा ज्योतिषी मिश्र देशांत होता, त्याणें या अपेक्षितासाठीं एक युक्ति काढिली, जीस त्याणें चाळनी असें नांव ठेविलें, कां कीं त्या युक्तीनें अविभाज्य संख्या इतर संख्यांहून निराळ्या करितां येतात; आणि अशा रीतीस विषम ह्मणतात, कां कीं फार मोठ्या विस्तारा वांचून थोडक्यांत सरळ रीतीनें कोणतीही संख्या आरंभ आहे कीं नाहीं हें समजांत येत नाहीं. अशी विस्तार रीति आजपर्यंत चालली आहे ती ही आहे.

एकापासून कोणतेही इछिले संख्ये पावेतों सर्व विषम संख्या अनुक्रमानें लिहि, जसें,

१ ३ ५ ७ ९ ११ १३ १५ १७ १९
२१ २३ २५ २७ २९ ३१ ३३ ३५ ३७ ३९

दुसरें, २४६ आणि ३७२ यांचा दृढभाजक काय?

उत्तर, ६

४१	४३	४५	४७	४९	५१	५३	५५	५७	५९
६१	६३	६५	६७	६९	७१	७३	७५	७७	७९
८१	८३	८५	८७	८९	९१	९३	९५	९७	९९

आतां प्रथमच्या अविभाज्य संख्येपासून आरंभ कर, आणि तीपासून तिसऱ्या संख्येवर एकएक बिंदु कर; कांकीं ती ती संख्या तिहींनीं निःशेष भागि जाते. जसें, ९, १५, २१ इत्यादि.

नंतर पांचांपासून पांचवें पांचवे स्थळीं बिंदु कर, कांकीं ती ती सं पांचांनीं निःशेष भागिली जाते. जसें, १५, २५, ३५ इत्यादि.

पुनः सातांपासून सातवें सातांव संख्येवर बिंदु कर, कांकीं ती ती स ख्या सातांनीं निःशेष भागिली जाते, जसें, २१, ३५, ४९ इत्यादि.

असें केलें असतां सर्व संख्या ज्या बिंदुवांचून आहेत त्या अविभा संख्या जाणाव्या; म्हणून ७ आणि १०० या दोहों संख्यांच्या मध्यें कोणतीही अविभाज्य संख्या नाहीं; कांकीं जर कोणतीही संख्या कोणतेही अविभाज्य सं ख्येनें निःशेष भागिली जात नाहीं, परंतु ती अविभाज्य संख्या अहीं असा वी कीं सांगितल्या संख्येचे वर्गमूळापेक्षां उणी; तर असें जाणावें कीं सांगि तली संख्या स्वतः अविभाज्य संख्या होय; सर्व सम संख्यां मध्यें २ ही समसं ख्या मात्र अविभाज्य संख्या आहे, म्हणून दोहोंपासून १०० पर्यंत पुढें सांग तों या संख्या अविभाज्य संख्या आहेत; २, ३, ५, ७, ११, १३, १७, १९, २३, २९, ३१, ३७, ४१, ४३, ४७, ५३, ५९, ६१, ६७, ७१, ७३, ७९, ८३, ८९,

या चालनी वांचून दुसरी आंकड्यांत कोणतीही रीति नाहीं, की जि

तिसरें, ३२४, ६१२ आणि १०३२ यांचा दृढभाजक काय?

उत्तर, १२

प्रथम प्रकार.

अपूर्णांकाचा अतिसंक्षेप करायाचा.

+ सांगितल्या अपूर्णांकाच्या पदांस कोणत्याही संख्येनें भाग,

करून अविभाज्य संख्या समजांत येईल; म्हणज आजपावेतों ज्योतिषामध्यें अशी रीति सांपडली नाहीं.

+ स्पष्ट आहे कीं जर सांगितल्या अपूर्णांकांचे पदांस भलत्या एकानअंकानें भागिलें तर दुसरा अपूर्णांक उत्पन्न होईल, त्याचा भाव सांगितल्या अपूर्णांका बरावर होईल. आणि अशा रीतीनें जों चालेल तों पुनःपुनः भागाकार केला आहे, अथवा जेव्हां भाजक अतिदृढ आहे तेव्हां ही, स्पष्ट आहे कीं नवीं अपूर्णांकाचीं पदें जीं उत्पन्न होतात त्यांपेक्षां संक्षेप व्हायास अशक्य.

पाहा, १, कोणत्याही संख्येच्या शेवटीं जर सम अंक अथवा शून्य असेल, तर ती सर्व संख्या २ यांनीं भागिली जाईल.

२, कोणत्याही संख्या ज्यांच्या शेवटीं ५ किंवा ० आहे त्या सर्व पांचांनीं भागिल्या जातील.

३, जर कोणत्याही संख्यांच्या उजवेकडे शेवटीं ० आहे तर त्या सर्व संख्या १० नीं भागिल्या जातील. जर दोन शून्यें असतील तर त्या सर्व संख्या १००

कीं जिणें निःशेष होईल; नंतर जे भागाकार येतील त्यांस त
रीतीनें दुसरे संख्येनें भाग, असें पुढेंहीकर जों पर्यंत एकावां
दुसरे कोणतेही संख्येनें भागितां नयेईल, ह्मणजे ते शेवटील भ
कारे सांगितल्या अपूर्णांकपदांचा संक्षेप झाला.

नीं भागिल्या जातील; जर तीन शून्यें असतील तर १००० नीं भागिल्या जा
आणि असें पुढेंही, ह्मणजे असा भागाकार करायासाठीं शून्यें मात्र कापिल
हिजेत.

४, जर कोणतेही संख्येचे शेवटील दोन अंक चोहोंनीं भागिले
ल तर ती सर्वसंख्या चोहोंनीं भागिली जाईल. आणि शेवटील ३ अं
र आठांनीं भागिले जातील तर ती सर्वसंख्या आठांनीं भागिली जा
असें पुढेंही.

५, जर कोणतेही संख्येचे सर्व अंकांची बेरीज तिहींनीं किंवा नव
भागिली जाईल तर ती सर्वसंख्या तिहींनीं किंवा नवांनीं भागिली जाई
६, जर उजवे शेवटींचा अंक सम आहे, आणि सर्व अंकांची बेरी
नीं भागिली जाईल तर ती सर्व संख्या साहांनीं भागिली जाईल.

७, जर कोणत्याही संख्येचे विषमस्थळीचे अंकांची बेरीज सम
ळीचे अंकांचे बेरिजे बरोबर आहे, तर ती सर्वसंख्या ११ नीं भागिली
ईल.

८, जर कोणतीही संख्या आपल्या वर्गमूळाहून उण्या संख्येनें
शेष भागिली जात नाहीं तर ती अविभाज्य संख्या जाणावी. ती एक
वांचून कोणत्याही अंकानें भागायास अशक्य

अथवा सांगितल्या अपूर्णांकाचे पदांस त्यांच्या दृढभाजकानें एकदांच भाग, मग अशारीतीनें जे भागाकार येतील ती इच्छिलेअपूर्णांकांची पदें सांगितले अपूर्णांकाच्या पदांबराबर आहेत.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{२१६}{२८८}$ यांस अतिसंक्षेप रूपदे.

$\frac{२१६}{२८८} = \frac{७२}{९६} = \frac{३६}{४८} = \frac{१२}{१६} = \frac{६}{८} = \frac{३}{४}$ हें उत्तर.

अथवा याप्रमाणें

२१६)२८८(१ या करितां दृढभाजक ७२ आहे.
    २१६
    ७२)२१६(३ आणि ७२) $\frac{२१६}{२८८} = \frac{३}{४}$ हें उत्तर, वरचे सारिखें.
        २१६
        ...

९, दोन आणि पांच यांशिवाय सर्व अविभाज्य संख्यांचे एकंचे स्थळीं हे अंक असतात, १, ३, ७, किंवा ९; आणि यांशिवाय दुसऱ्या सर्वसंख्या (कंपुसैट) आहेत ह्मणून भागिल्या जातील.

१०, जेव्हां कोणत्याही संख्या धन किंवा ऋण चिन्हांनीं जोडिल्या असून, त्यांस कोणतेहि दुसरे संख्येनें भागायाचें आहे तर त्या प्रत्येक संख्येस वेगळें वेगळें भागिलें पाहिजे; जसें, $\frac{१० + ८ - ४}{२} = ५ + ४ - २ = ७$

११, परंतु जर संख्या गुणाकाराच्या चिन्हानें जोडिली आहे तर त्यांतील एकच संख्या भागावी, जसें,

$\frac{१० \times ८ \times ३}{६ \times १} = \frac{१० \times ४ \times ३}{३ \times १} = \frac{१० \times ४ \times १}{२ \times १} = \frac{१० \times २ \times १}{१ \times १} = \frac{२०}{१} = २०$

दुसरें, $\frac{१९५}{७८०}$ यांस अतिसंक्षेपरूप दे.

उत्तर, $\frac{१}{४}$

तिसरें, $\frac{१३६}{२०४}$ यांस अतिसंक्षेप रूप दे.

उत्तर, $\frac{२}{३}$

चवथें, $\frac{५२५}{६३०}$ यांस अतिसंक्षेपरूप दे.

उत्तर, $\frac{५}{६}$

दुसरा प्रकार.

भागानुबंध पूर्णांकास बरोबर भावाचें विषम अपूर्णांकाचें रूप द्यावयाचा.

卐 पूर्णांकास अपूर्णांकाचे छेदांनीं गुण, आणि त्यागुणाका
शीं अंश मिळीव; नंतर ही बेरीज अपूर्णांकाचे वरले भागास अं
स्थळीं लिहि, ह्मणजे इच्छिलें काम झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, २३ $\frac{३}{८}$ यांस बराबर भावाचें अपूर्णांकाचें रूप दे.

卐 स्पष्ट दिसतें कीं वरची रीति उघडी आहे, कांकीं कोणत्याही अवय
स भलत्या संख्येनें गुणावें आणि तो गुणाकार त्याच संख्येनें भागावा हीं दो
हीं बरोबर भावाचीं आहेत. ह्मणजे भलतेही अपूर्णांक हेंच दाखविनात, कीं अ
त्यांस छेदांनीं भागावें.

२३ $\frac{२}{५}$ अथवा याप्रमाणें $\frac{(२३×५)+२}{५} = \frac{११७}{५}$ हें उत्तर.

$$\begin{array}{r} ५ \\ \hline ११५ \\ २ \\ \hline ११७ \\ \hline ५ \end{array}$$

दुसरें, १२ $\frac{७}{९}$ यांस बराबर भावाचें अपूर्णांकाचें रूप दे.

उत्तर, $\frac{११५}{९}$

तिसरें, १४ $\frac{७}{१०}$ यांस बराबर भावाचें अपूर्णांकाचें रूप दे.

उत्तर, $\frac{१४७}{१०}$

चवथें, १८३ $\frac{१५}{२१}$ यांस बराबर भावाचें अपूर्णांकाचें रूप दे.

उत्तर, $\frac{३८५८}{२१}$

तिसरा प्रकार.

विषमअपूर्णांकासबरोबर भावाचें पूर्णांकाचें अथवा भागानुबंधपूर्णांकाचें रूप द्यावयाचा.

+ अंश छेदांनी भाग, भागाकार येईल तो इच्छिला पूर्णांक अथवा भागानुबंध पूर्णांक होईल.

+ स्पष्ट आहे कीं, ही रीति पूर्वरीतीचीच उलट आहे, आणि इचें कारण सरळभागाकाराचे गुणापासून प्रकट आहे.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{१२}{३}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

आतां $\frac{१२}{३}$ अथवा १२ ÷ ३ = ४ हें उत्तर.

दुसरें, $\frac{१५}{७}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

आतां $\frac{१५}{७}$ अथवा १५ ÷ ७ = २ $\frac{१}{७}$ हें उत्तर.

तिसरें, $\frac{७४१}{१७}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

याप्रमाणें १७) ७४१ (४४ $\frac{३}{१७}$ हें उत्तर.

```
 ६८
 ──
  ६१
  ६८
 ──
   १
 ──
```

चवथें, $\frac{५६}{७}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

उत्तर, ८

पांचवें, $\frac{१३६२}{२५}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

उत्तर, २४ $\frac{१२}{३५}$

साहावें, $\frac{२११८}{१७}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

उत्तर, १२१

चौथाप्रकार.

पूर्णांकास बरोबर भावाचें अपूर्णांकाचें रूप द्यावयाचा, त्याचे छेद मागितले संख्येबरोबर

* पूर्णांकास सांगितले छेदांनीं गुण, आणि त्या गुणाकाराखालीं सांगितले छेद लिहीं, ह्मणजे इच्छिलें अपूर्णांक रूप झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, ९ यांस बरोबर भावाचें अपूर्णांकाचें रूप दे, ज्यास छेद ७ होतील.

आतां ९ × ७ = ६३, तेव्हां $\frac{६३}{७}$ हें उत्तर.

ह्मणजे $\frac{६३}{७}$ = ६३ ÷ ७ = ९ होताहे.

दुसरें, १२ यांस बरोबर भावाचें अपूर्णांकाचें रूप दे, ज्यास छेद १३ होतील.

उत्तर, $\frac{१५६}{१३}$

तिसरें, २७ यांस बरोबर भावाचें अपूर्णांकाचें रूप दे, ज्यास छेद ११ होतील.

उत्तर, $\frac{२९७}{११}$

---

* यांत गुणाकार आणि भागाकार हे दोनही कामांत आणिले आहेत, याजकरितां उत्पन्न झालेलें फळ सांगितले अवयवांचे बरोबर भावाचें होईल.

पांचवा प्रकार.

प्रभागजाति अपूर्णांकास बरोबर भावाचें भाग जाति अपूर्णांकाचें रूप द्यावयाचा.

* अंशां करितां सर्व अंश परस्पर गुण, आणि छेदां करितं
र्व छेद परस्पर गुण, ते नवे अंश छेद इछिलें अपूर्णांक रूप जाले

प्रभागजाति अपूर्णांकांमध्यें जर पूर्णांक अथवा भाग
धपूर्णांक असेल, तर त्यास पूर्वरीतीनें अपूर्णांकाचें रूप द्यावे

जर अपूर्णांकांतील भलतीं अंश छेद रूप दोन पदें भ
ते एका अंकानें निःशेष भागिलीं जातील तर ते भागाकार
स्थळीं कामांत घेतां येतील; अथवा अंश छेद रूप कोणतीं ह
न पदें समान असतील तर तीं रद करितां येतील.

---

* यारीतीची सत्यता याप्रमाणें दाखविली जाते, सांगितले प्रभागजा
पूर्णांक $\frac{५}{७}$ चें $\frac{२}{३}$ असावे. आतां $\frac{५}{७}$ चा $\frac{१}{३} = \frac{५}{७} ÷ ३ = \frac{५}{७×३}$; याजकरितां $\frac{५}{७}$
$\frac{२}{३} = \frac{५}{७×३} × २ = \frac{१०}{७×३}$; ह्मणजे या अपूर्णांकाचे अंश सांगितले अपूर्णांकाचे
चे गुणाकारा बरोबर आहेत, आणि याचे छेद सांगितले अपूर्णांकाचे छेदांच्य
काराबरोबर आहेत. जेव्हां प्रभागजाति अपूर्णांकांत दोहोंपेक्षां अधिक रक
हेत, तेव्हां वरप्रमाणें दोन रकमांस भाग जाति रूप देऊन त्याशीं तिसरी रक
डून लिहिल्या तीन रकमांच बरोबर भावाच्या होतील, याप्रमाणें अधिक
तील तरी ही.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{३}{४}$ चे $\frac{२}{७}$ चा $\frac{१}{२}$ यांस बराबर भावाचें भागजातिअ पूर्णांकाचें रूप दे.

आतां $\frac{३ \times २ \times १}{४ \times ७ \times २} = \frac{६}{५६} = \frac{३}{२८}$ हें उत्तर.

अथवा $\frac{३ \times २ \times १}{४ \times ७ \times २} = \frac{३}{२८}$ दोन ठिकाणीं २ आणि दोन ठिकाणीं ३ र

द केल्यानें.

दुसरें, $\frac{१०}{११}$ चे $\frac{३}{५}$ चे $\frac{२}{३}$ यांस बराबर भावाचें भाग

र्णांकाचें रूप दे.

आतां $\frac{१० \times ३ \times २}{११ \times ५ \times ३} = \frac{६०}{१६५} = \frac{४}{११}$ हें उत्तर.

अथवा $\frac{१० \times ३ \times २}{११ \times ५ \times ३} = \frac{४}{११}$ वरचे प्रमाणें दोन ठि

रद करून आणि दोन स्थळीं ५ नीं भागून.

तिसरें, $\frac{४}{५}$ चे $\frac{३}{७}$ यांस बराबर भावाचें भागजाति

कांचें रूप दे.

उत्तर,

चवथें, $\frac{५}{६}$ चे $\frac{३}{५}$ चे $\frac{३}{७}$ यांस बराबर भावाचें

ति अपूर्णांकाचें रूप दे.

उत्तर,

पांचवें, $३\frac{१}{२}$ चे $\frac{५}{८}$ चे $\frac{२}{५}$ यांस बराबर भावाचें

अपूर्णांकाचें रूप दे.

उत्तर, [illegible]

साहावें, ४ चे [illegible] चे [illegible] चे [illegible] यांत [illegible] अपूर्णांकांचें रूप दे.

उत्तर, [illegible]

सातवें, [illegible] चे [illegible] आणि [illegible] अपूर्णांकांचें रूप दे.

उत्तर, [illegible]

साहाव्या प्रकार.

वेगळे वेगळे छेदांचे अपूर्णांकांस एकोत्तर [illegible] अपूर्णांक रूप आणण्याची [illegible]

सर्व अंश करितां, प्रति अपूर्णांकाचे [illegible] त्याचे त्याचे खालचे छेदांवांचून सर्व छेदांनी गुण, आणि [illegible] करितां सर्व छेदांस परस्पर गुणं.

---

* [illegible] अंश आणि छेद [illegible] जो नवा अपूर्णांक उत्पन्न होतो, तो पूर्व अपूर्णांका [illegible] भेद होत नाहीं.

पाहा, या कामांत आणि दुसरे कितीएक कामांत जर सांगितले संख्यांमध्यें पूर्णांक, अथवा भागानुबंध पूर्णांक, किंवा समभागजाति अपूर्णांक असतील तर त्यांस आरंभीं सांगितले प्ररीतीं करून त्यांस अपूर्णांकाचें रूप दिलें पाहिजे.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{१}{२}$, $\frac{२}{३}$, आणि $\frac{३}{४}$ यांस बरोबर भावाचें समच्छेद अपूर्णांक रूप दे.

१ × ३ × ४ = १२ हा $\frac{१}{२}$ चा नवा अंश आहे.

२ × २ × ४ = १६ हा $\frac{२}{३}$ चा नवा अंश आहे.

३ × २ × ३ = १८ हा $\frac{३}{४}$ चा नवा अंश आहे.

२ × ३ × ४ = २४ हा सर्वांचा समच्छेद आहे.

याजकरितां सांगितले वेगळे वेगळे अपूर्णांकांचे बरोबर भावाचे हे अपूर्णांक आहेत. $\frac{१२}{२४}$, $\frac{१६}{२४}$, आणि $\frac{१८}{२४}$.

अथवा हें काम मनांत गुणाकार करून वेगळाल्या रकमा एकदांच लिहितां येतील. जसे, $\frac{१}{२}$, $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{४}$ = $\frac{१२}{२४}$, $\frac{१६}{२४}$, $\frac{१८}{२४}$, अथवा संक्षेपानें = $\frac{६}{१२}$, $\frac{८}{१२}$, $\frac{९}{१२}$.

जेव्हां नवे अंश आणि समच्छेद यांचा हट किंवा साधारण भाजक असेल, तर त्या वेगळाले संख्यांचें लघुकी त्यांनी कांत करी

कांस [illegible] समच्छेद होतील.

दुसरें, [illegible], [illegible] आणि [illegible] यांस बरोबर भावानें समच्छेद अपूर्णांक रूप हें.

आतां या अपूर्णांकांस सांगितले प्रमाणें समच्छेद करून हें रूप होतें. [illegible], [illegible], [illegible]. आतां २, आणि ३ या संख्या ४, ६, आणि ६, ९ यांचे अनुक्रमें भाजक आहेत, याज करितां जर प्रथम आणि तिसरे या अपूर्णांकांत ६ टाकून त्यांस कतें २, आणि ३ हे लिहिले, आणि दुसरे अपूर्णांकांत ६, ४, आणि ९ यांस टाकून त्यांचे स्थळीं यांचे वेगळाले कतें २ आणि ३ हे लिहिले, तर त्या अपूर्णांकांस हें रूप होईल. [illegible], [illegible], आणि [illegible], एथें २ आणि ३ हे दोन कतें जे अंश आणि छेद यांत साधारण आहेत त्यांस रद्द करून अपूर्णांकांस हें रूप होतें, [illegible], [illegible], [illegible], म्हणजे = [illegible]/३६, [illegible]/३६ आणि [illegible]/३६. यांत जी ३६ समच्छेद संख्या उत्पन्न झाली ती ४, ६, ९ यांचा साधारण गुणाकार आहे, अथवा या संख्यांनीं ती निःशेष भागिली जाते. आणि यानीं

[illegible] ले संख्यांचा लघुतम साधारण गुणा

[illegible] अशा संख्या छेद असून त्यांचे अंश

स्थळीं १ असावा.

परंतु लघुतम साधारण गुणाकार त्वरेनें काढायाचीरीतिही आहे.

सांगितल्या संख्या एक ओळींत लिहि, आणि जर त्यांतील २ किंवा अधिक संख्या २ या अविभाज्य संख्येनें भागल्या जातात तर त्यांस भागून त्यांचे भागाकार त्यांचे त्यांचे खालीं दुसरे ओळींत लिहि, आणि ज्या भागत नाहीं त्या त्यांचे खालीं दुसरे ओळींत पुनः लिहि; — या दुसरे ओळीस नसेंच २नीं भाग, पुढें तिसरीस, इत्यादि. असें करितां जर २ या संख्येनें भागिल्या जात नाहीं तर ३ या अविभाज्य संख्येनें भाग, त्याणेंही सर्व भागत नाहीं तर ५, ७, इत्यादि अविभाज्य संख्यांनीं भाग, जोंपर्यंत दोन संख्या भागल्यावांचून नराहातील. नंतर ते सर्व भाजक, आणि शेवटील ओळींतील भागाकार व भागल्यावांचून राहिली संख्या, हे सर्व परस्पर गुणून जो गुणाकार होईल तो लघुतम साधारण गुणाकार होय.

उदाहरण, ७, २४, ४०, ४५, आणि ७२ यांचा लघुतम साधारण गुणाकार काढ.

२)	७	२४	४०	४५	७२
२)	७	१२	२०	४५	३६
२)	७	६	१०	४५	१८
३)	७	३	५	४५	९
३)	७	१	५	१५	३
५)	७	१	५	५	१
	७	१	१	१	१

या सर्व संख्यांनीं हा निःशेष भागायास शक्य आहे.

दुसरें, २७, ६६, १३५, २७५ आणि ६७५ यांचा लघुतम साधारण गुणाकार काढ.

३)	२७	६६	१३५	२७५	६७५
३)	९	२२	४५	२७५	२२५
३)	३	२२	१५	२७५	७५
५)	१	२२	५	२७५	२५
५)	१	२२	१	५५	५
११)	१	२२	१	११	१
	१	२	१	१	१

तेव्हां ३ × ३ × ३ × ५ × ५ × ११ × २ = १४८५० हा इच्छि लघुतम साधारण गुणाकार आहे.

जेव्हां अपूर्णांक अथवा भागानुबंध पूर्णांक सांगितले आ त, तेव्हां शेवटल्यास विषम अपूर्णांकाचें रूप दे, आणि अतिसंक्षे समच्छेद काढ, नंतर अंशांचे लघुतम साधारण गुणाकारास अ शा अतिसंक्षेप समच्छेदांनीं भागून जो भागाकार येईल तो इच्छि ला अशी अपूर्णांकांचा लघुतम साधारण गुणाकार झाला.

उदाहरण, ४ $\frac{१}{६}$, ५ $\frac{१}{३}$ आणि $\frac{८}{९}$ ह्मणजे $\frac{२५}{६}$, $\frac{१६}{३}$, $\frac{८}{९}$ यां चा लघुतम साधारण गुणाकार काढ.

अपूर्णांकांस अतिसंक्षेप समछेद करून हें रूप होतें $\frac{७५}{१८}$, $\frac{९६}{१८}$, आणि $\frac{१६}{१८}$ आणि ७५, ९६, १६ यांचा लघुतम साधारण गुणाकार २४०० आहे, त्यास १८ याणीं भागून भागाकार १३३ $\frac{१}{३}$ हा इछिला लघुतम साधारण गुणाकार जाला.

जेव्हां सांगितले दोन अपूर्णांकांतील एकाचा छेद दुसऱ्याचे छेदास निःशेष भागितो, तेव्हां त्या लहान अपूर्णांकाचीं दोनही पदें त्या भागाकारानें गुण, ह्मणजे दोन ही समछेद जाले.

जसें, $\frac{३}{४}$ आणि $\frac{७}{८}$ यांस समछेद करायासाठीं लाहान अपूर्णांक $\frac{३}{४}$ यास २ नीं ह्मणजे ८ ÷ ४ = २ याणीं गुणायाचें इतकें मात्र आहे, असें करून त्यांस हें रूप होतें, $\frac{६}{८}$ आणि $\frac{७}{८}$.

आणि $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{६}$, $\frac{११}{१२}$, यांस समछेद करायासाठीं $\frac{३}{४}$ यांचीं दोन पदें ४ याणीं गुणायाचीं, आणि $\frac{५}{६}$ याचीं २ नीं इतकें मात्र आहे; ह्मणजे असें करून त्यांचें हें इछिलें रूप जालें, $\frac{९}{१२}$, $\frac{१०}{१२}$, $\frac{११}{१२}$.

अथवा याप्रमाणें.

सांगितले अपूर्णांकांस अतिसंक्षेप रूप देऊन, छेदांचा लघुतम साधारण गुणाकार काढ; नंतर त्या गुणाकारास वेगळाले सांगितले छेदांनीं भागून, जे जे भागाकार येतील, ते त्याचे त्याचे अंशानें गुण; नंतर त्या त्या गुणाकार अंशा खालीं लघुतम साधारण गुणाकार लिहि, ह्मणजे सांगितले अपूर्णांकांस बरोबर

छेद रूप दे.

१४, २२, १२१ यांचा लघुतम साधारण गुणाकार=१६

$\frac{१६९४}{१४}$ = १२१
$\frac{१६९४}{२२}$ = ७७
$\frac{१६९४}{१२१}$ = १४

} हे तीन वेगळाले भागाकार, ज्यांणी अंश गुणायाचे आहेत.

तेव्हां १२१ × ३ = ३६३
७७ × ५ = ३८५
१४ × १० = १४०

} हे इच्छिले अंश आहेत.

आणि $\frac{३६३}{१६९४}$, $\frac{३८५}{१६९४}$, $\frac{१४०}{१६९४}$, हे इच्छिले अति संक्षेप सम छेद रूपाचे अपूर्णांक जाले.

पाहा, अपूर्णांकास समछेद रूप दिल्यानें त्यांत अधिक वाचा कोणता आहे हें ही समजर कळतें, जर $\frac{३}{७}$, $\frac{५}{९}$ यांस समछे रूप $\frac{२७}{}$ $\frac{३५}{}$ हें दिल्यानें $\frac{५}{९}$ हे अधिक भावाचे आहेत हें उघ
$\frac{३}{७}$ यांहून अधिक आहेत.

उदाहरणें.

यांस बरोबर भावानें समछेद अपू

र्णांक रूप दे.

दुसरें, $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{४}$ आणि $\frac{२}{७}$ यां बरोब

अपूर्णांक रूप दे.

तिसरें, $\frac{५}{६}$, २ $\frac{३}{४}$ आणि ४ यांस बरे

अपूर्णांक रूप दे.

उत्तर, $\frac{\ }{३०}$, $\frac{\ }{३०}$, $\frac{\ }{३०}$.

चवथें, $\frac{३}{२५}$ आणि $\frac{४}{३५}$ यांस बरोब भागाचें समछेद अ

पूर्णांक रूप दे.

उत्तर, $\frac{२१}{\ }$ आणि $\frac{२०}{\ }$

पांचवें, $\frac{३}{७}$ आणि

र्णांक रूप दे.

साहावें, $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{४}$

द अपूर्णांक रूपदे.

सातवा प्रकार.

मिश्रअपूर्णांकांस शुद्ध अपूर्णांकांचें रूप द्यावयाचा.

अपूर्णांकाचे दोनही अवयवांस सरळ अपूर्णांकांचें रूप दे; नंतर प्रत्येकाचा अंश दुसऱ्याचे छेदानें गुण. हें काम पूर्व प्रमाणेंच आहे, एक एक अवयव बरोबर संख्येनें गुणिला असतां भावांत भेद होत नाहीं.

जसें, $\frac{२\frac{१}{२}}{३} = \frac{५}{६}$ आणि $\frac{२\frac{१}{३}}{४} = \frac{७}{१२}$ आणि $\frac{७\frac{१}{२}}{४\frac{२}{३}} = \frac{\frac{१५}{२}}{\frac{१४}{३}} = \frac{१५}{२} \times \frac{३}{१४} = \frac{४५}{२८}$.

आठवा प्रकार.

कोणतेही अपूर्णांकाचा भाव आपले पूर्णांकाचे अवयवांत काढायाचा.

पूर्णांकांत जर अनेक भावाचे अवयव आहेत तर त्यांस विविध गुणाकार रीतीनें अंशानें गुणावे, आणि तो गुणाकार विविध भागाकार रीतीनें छेदांनीं भाग.

अथवा जर पूर्णांक कोणतेही भावाचा १ या संख्येचा असेल तर, त्यांत त्याचे खालचे भावाचे किती अवयव आहेत त्या संख्येनें अंश गुणावा, आणि तो गुणाकार छेदांनीं भागावा. नंतर

जर कांहीं शेष राहील, तर त्या भावाचा खालचे भावाचे अवयव त्या एकांत किती आहेत त्या संख्येनें तें शेष गुणावें, आणि तो गुणाकार पूर्वप्रमाणें छेदानीं भागावा; इच्छा असेल त्या पावेतों पुढें असेंच कर; नंतर वेगळाले उत्पन्न जालेले भागाकार एक ओळींत त्याचे त्याचे स्थळीं लिहावे. म्हणजे अपूर्णांकाचा इच्छिला भाव झाला.*

उदाहरणें.

प्रथम, २ रुपये ३ पावले याचे $\frac{४}{५}$ काय आहेत. रीतीचे प्रथम रूपानें.

```
      रु      पा
      २ ..    ३
              ४
   ____________
५) ११ ..    ०
   ____________
रु  २ .. ० .. ८० हें उत्तर.
                रे
```

दुसरें, १ रुपयाचे $\frac{२}{३}$ काय आहेत. रीतीचे दुसरे रूपानें.

```
  २
  ४
३)८
  २-२
    १००
 ३) २००
    ६६ २/३
```

उत्तर, पा. २ .. रे. ६६ $\frac{२}{३}$

तिसरें, १ रुपयाचे $\frac{३}{८}$ हे पूर्णांकांत किती भावाचे आहेत ते सांग.

उत्तर, रु ० .. पा १ .. रे ५०

---

* कोणतेही अपूर्णांकाचा अंश भागाकाराचे शेषा सारिखा कल्पिला आहे, आणि छेद भाजका सारिखा; याजकारितां ही रीति आणि विविध भागाकार हीं एक जातीचीं आहेत, अथवा त्रैराशिकांतील शेषाचा भाव काढायाचे रीतीचीं आहेत.

चवथें, १ रुपयाचे $\frac{३}{८}$ हे पूर्णांकांत किती भावाचे आहेत तें सांग.

रु पा रे
उत्तर, ०..०..८८ $\frac{८}{९}$.

पांचवें, ५ रुपयांचे $\frac{३}{७}$ हे पूर्णांकांत किती भावाचे आहेत तें सांग.

रु पा रे
उत्तर, ३..२..०.

साहावें, २ रुपये ३ पावले ५० रेस यांचे $\frac{३}{५}$ हे पूर्णांकांत किती भावाचे आहेत तें सांग.

रु पा रे
उत्तर, ६..०..६०.

सातवें, १ मणाचे $\frac{४}{५}$ हे वजनी पूर्णांकांत किती भावाचे आहेत तें सांग.

उत्तर, ३२ शेर.

आठवें, १ खंडीचे $\frac{५}{१६}$ हे कैली पूर्णांकांत किती भावाचे आहेत तें सांग.

म पा.
उत्तर, ६..३.

नववें, १ बिघ्याचे $\frac{१}{८}$ हे पूर्णांकांत किती भावाचे आहेत तें सांग.

पां का
उत्तर, १७..१०.

दाहावें, १ दिवसाचे $\frac{३}{१०}$ हे विलायती मानाचे पूर्णांकांत

ती भागाचे आहेत तेसांग.

अधर . पि
उत्तर, ७.. १२ .

[illegible]

अपूर्णांकास एक जातींतून दुसरे जातींत आणायाचा.

* हलक्या रूपाचे अवयव त्याचे वरचे भारी रूपाचे एकांत किती आहेत तो विचार करावा, नंतर जर भारी रूपांतून हलक्या रूपांत आणायाचें आहे तर अंशास त्यासंख्येनें गुणावा, परंतु जर हलक्या रूपांतून भारी रूपांत न्यावयाचें आहे तर छेदास त्या संख्येनें गुणावा.

उदाहरणें.

प्रथम, एक रुपयाचे $\frac{३}{८}$ यांस पैसांत अपूर्णांक रूप दे.

$\frac{३}{८} \times \frac{४}{१} \times \frac{१००}{१} = \frac{८००}{८}$ हें उत्तर.

दुसरें, एक पैसाचे $\frac{५}{७}$ यांस रुपयांत अपूर्णांक रूप दे.

$\frac{५}{७} \times \frac{१}{२०} \times \frac{१}{४} = \frac{१}{५६०}$ हें उत्तर.

तिसरें, एक रुपयाचे $\frac{५}{१६}$ यांस पैसांत अपूर्णांक रूप दे.

---

* अंकास रूपभेद करायासाठीं पूर्णांकांत इतकी उतरती मांडणी रीति सांगितली आहे, आणि ही रीति, लागेल आहेत.

उत्तर, $\frac{८००}{३}$ रेस.

चवथें, वजनी एकमणाचे $\frac{२}{५}$ यांस खंडींत अपूर्णांक रूप दे.

उत्तर, $\frac{१}{५०}$ खंडी.

पांचवें, वजनी एकखंडीचे $\frac{२}{३}$ यांस शेरांत अपूर्णांक रूप दे.

उत्तर, $\frac{१६००}{३}$ शेर.

साहावें, कैली एकशेराचे $\frac{३}{५}$ यांस खंडींत अपूर्णांकरूपदे.

उत्तर, $\frac{१}{१६००}$ खंडी.

सातवें, एकरेसाचे $\frac{३}{८}$ यांस रुपयांत अपूर्णांक रूपदे.

उत्तर, $\frac{३}{३२००}$ रुपया.

आठवें, एकरुपयाचे $\frac{५}{६}$ यांस रेसांत अपूर्णांक रूपदे.

उत्तर, $\frac{१०००}{३}$ रेस.

नववें, ३ पावले ५० रेस यांस रुपयांत अपूर्णांक रूप दे.

उत्तर, $\frac{७}{८}$ रुपया.

दाहावें, ३ पावले ३३ रेस यांस अपूर्णांक रूप दे.

उत्तर, $\frac{३३३}{४००}$ रुपया.

व्यवहारी अपूर्णांकांची मिळवणी.

जर अपूर्णांक समछेद आहेत, तर सर्व अंश एकत्र मिळवून त्याचे खालीं समछेद लिहि, ह्मणजे ही वेगळाले अपूर्णांकांची इछिली बेरीज झाली.

* जर अपूर्णांक समछेद नाहींत तर ते समछेद करावे, आणि

---

* अपूर्णांक समछेद केल्याचें पूर्वी पराकाष्ठा विरूप आहेत, जसें रुपया आणि रेस हे विरूप किंवा विजाति ह्मणून त्यांचा एकीभाव होत नाहीं, परंतु त्यांस जेव्हां समछेद केले, आणि एकच वस्तूचे अवयव झाले तेव्हां त्यांचे अंशांची बेरीज अथवा वजाबाकी स्फकर प्रसिद्ध होते, जशी कोणतेही पूर्णवस्तूंची यासासून या रीतीची सत्यता स्पष्ट आहे मिळवणी अथवा वजाबाकी यांत.

जेव्हां किती एक अपूर्णांकांची मिळवणी करायाची आहे तेव्हां बहुतकरून बरें आहे कीं, यांतील दोन अपूर्णांक जे समछेद करण्यास सुगम आहेत ते घेऊन त्यांस समछेद करून त्यांची बेरीज घे; नंतर ती बेरीज आणि दुसरा एक अपूर्णांक यांस समछेद करून बेरीज घे, याप्रमाणें पुढें हीं.

पाहा, २, भलते कोणतेही दोन अपूर्णांक घेतले, जसें, $\frac{७}{११}$ आणि $\frac{३५}{५५}$ हे बरोबर भावांत आहेत किंवा नाहींत हें त्यांस समछेद केल्यानंतर त्यांचे अंशांपासून प्रसिद्ध होतें. याजकरितां जर ३५ × ११, आणि ७ × ५५ याप्रमाणें दोन बरोबर भावाचे गुणाकार उत्पन्न होतात, तर त्यांपासून बरोबर भावाचे दोन नवे अपूर्णांक उत्पन्न होतील, जसें, $\frac{३५}{५५} = \frac{७}{११}$, अथवा $\frac{३५}{७} = \frac{५५}{११}$.

तेव्हां जर बरोबर भावाचे दोन अपूर्णांक घेतले, जसें, $\frac{७}{११}$ आणि $\frac{३५}{५५}$ तर ३५ × ११ = ७ × ५५, या प्रत्येकांतून ७ × ११ हे वजाकरून ही बाकी राहील, $(३५ - ७) \times ११ = (५५ - ११) \times ७$. याजकरितां हे अपूर्णांक रूप उत्पन्न होतें. $\frac{३५ - ७}{५५ - ११} = \frac{७}{११}$, अथवा $\frac{२८}{४४} = \frac{७}{११}$.

असमभागजाति अपूर्णांक, भागजाति करावे. आणि अनेकरूप अपूर्णांक असतील तर ते एकरूप करावे. नंतर वर सांगितल्या प्रमाणें मिळवणी करावी. भागानुबंध पूर्णांक असल्यास विषम अपूर्णांक रूप देऊन काम करावें, अथवा त्यांतील अपूर्णांक मात्र घेऊन मिळवणी करावी, नंतर ती बेरीज पूर्णांक जोडून लिहावी.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{३}{६}$, आणि $\frac{६}{६}$, यांची बेरीज कर.

आतां $\frac{३}{६} + \frac{६}{६} = \frac{९}{६} = १\frac{३}{६}$; हें उत्तर.

यारीतीनें हीं जर $\frac{७}{११}$ या अपूर्णांकाचीं पदें $\frac{३५}{५५}$ या अपूर्णांकाचे पदांशीं अनुक्रमें मिळविलीं तरीही त्यांस बरोबर भावाचें रूप होतें, जसें, $\frac{३५+७}{५५+११} = \frac{४२}{६६} = \frac{७}{११}$.

अथवा सामान्यतः जर $\frac{अ}{ब} = \frac{क}{ड}$, तर त्याप्रमाणें दाखविलें जातें कीं,

$\frac{अ \pm क}{ब \pm ड} = \frac{अ}{ब} = \frac{क}{ड}$

याजकरितां जेव्हां बरोबर भावाचे दोन अपूर्णांक आहेत, तेव्हां जर त्या दोहोंचे अंशांची बेरीज आणि छेदांची बेरीज अथवा अंशांची वजाबाकी आणि छेदांची वजाबाकी यांपासून जे नवे अपूर्णांक उत्पन्न होतील ते त्या पूर्वदोन अपूर्णांकांचे बरोबर भावाचे आहेत, हें प्रतिपाद्य बहुत उपयोगी आहे असें पुढें प्रमाण रीतीनें कळेल.

दुसरें, $\frac{३}{५}$ आणि $\frac{५}{६}$ यांची बेरीज कर.

आतां $\frac{३}{५} + \frac{५}{६} = \frac{१८}{३०} + \frac{२५}{३०} = \frac{४३}{३०} = १\frac{१३}{३०}$ हें उत्तर.

तिसरें, $\frac{५}{८}$ आणि $७\frac{१}{२}$ आणि $\frac{३}{४}$ चा $\frac{१}{३}$ यांची बेरीज कर.

आतां $\frac{५}{८} + ७\frac{१}{२} + \frac{३}{४}$ चा $\frac{१}{३} = \frac{५}{८} + \frac{१५}{२} + \frac{१}{४} = \frac{५}{८} + \frac{६०}{८} + \frac{२}{८} = \frac{६७}{८} = ८\frac{३}{८}$ हें उत्तर.

चवथें, $\frac{३}{७}$ आणि $\frac{६}{७}$ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, $१\frac{२}{७}$.

पांचवें, $\frac{३}{४}$ आणि $\frac{५}{९}$ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, $१\frac{११}{३६}$.

साहावें, $\frac{२}{७}$ आणि $\frac{५}{२८}$ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, $\frac{१३}{२८}$.

सातवें, $\frac{२}{३}$ आणि $\frac{३}{५}$ आणि $\frac{५}{७}$ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, $१\frac{१०३}{१०५}$.

आठवें, $\frac{५}{९}$ आणि $\frac{३}{५}$ आणि $२\frac{१}{६}$ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, $३\frac{२९}{९०}$.

नववें, $\frac{२}{९}$ आणि $\frac{३}{७}$ चे $\frac{४}{५}$ आणि $९\frac{३}{१०}$ यांची बेरीज

ची बेरीज काय होते.

उत्तर, ३ पा २२ २/९ रे.

अकरावें, एक पावल्याचे ३/५ आणि एक रेसाचे ५/१६ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, ६० ५/१६ रे.

बारावें, एक रुपयाचे १/७ आणि एक पावल्याचे २/९ आणि एक रेसाचे ५/१२ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, ७९ ११७/२५२ रे.

व्यवहारी अपूर्णांकांची वजाबाकी.

जसे मिळवणी करावयाकरितां व्यवहारी अपूर्णांक समजाति समछेद केले, तसे तयार करावे; नंतर भारी अंशांत थोडे अंश वजा करून, बाकी राहील त्याखालीं समछेद लिहावे, ह्मणजे इच्छिली वजाबाकी झाली.

आतां $\frac{[illegible]}{६} - \frac{[illegible]}{६} = \frac{[illegible]}{६} = \frac{[illegible]}{३}$ हें उत्तर.

दुसरें, $\frac{३}{४}$ आणि $\frac{५}{९}$ यांची वजाबाकी कर.

$\frac{३}{४} - \frac{५}{९} = \frac{२७}{३६} - \frac{२०}{३६} = \frac{७}{३६}$ हें उत्तर.

तिसरें, $\frac{७}{१२}$ आणि $\frac{५}{१२}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{१}{६}$.

चवथें, $\frac{३}{१३}$ आणि $\frac{४}{३९}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{५}{३९}$.

पांचवें, $\frac{५}{१२}$ आणि $\frac{७}{१३}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{१९}{१५६}$.

साहावें, ५ $\frac{३}{८}$ आणि ४ $\frac{१}{६}$ चे $\frac{२}{७}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, ४ $\frac{३१}{१६८}$.

सातवें, एकरुपयाचे $\frac{५}{८}$ आणि एकपावल्याचे $\frac{३}{४}$ चे $\frac{२}{३}$ यांची वजाबाकी कर.

पा रे

उत्तर, १ .. ७२ $\frac{२}{५}$.

आठवें, रुपये ५ $\frac{१}{६}$ चे $\frac{३}{७}$ आणि एकपावल्याचे $\frac{३}{५}$ यांची वजाबाकी कर.





व्यवहारी अपूर्णांकांचा गुणाकार.

⁜ भागानुबंध पूर्णांक असला तर त्यास विषम अपूर्णांका चें रूप द्यावें; नंतर सर्व अंश परस्पर गुणावे, ते अंश होतील; त से सर्व छेद परस्पर गुणावे, ते छेद होतील, ह्मणजे इछिला गुणाकार होईल.

उदाहरणें.

प्रथम, २/५ आणि १/२ यांचा गुणाकार काय होतो.

⁜ कोणतीही वस्तु अपूर्णांकानें गुणायाची, यांत हाच अर्थ आहे कीं, त्या वस्तूचे कांहीं भाग घ्यावयाचे आहेत, याजकरितां प्रभागजाति अपूर्णां का सारिखें प्रसिद्ध होतें; आणि त्याप्रमाणें अंश आणि छेद परस्पर अनुक्र में गुणून नवा इछिला अपूर्णांक उत्पन्न होतो.

पाहा, जेव्हां अपूर्णांकास पूर्णांकानें गुणायाचें आहे तेव्हां त्या अ पूर्णांकाचे छेद त्यापूर्णांकानें निःशेष भागिले जातील तर भागून भागाकार ते थें लिहावा ह्मणजे इछिलें काम झालें. आणि तसें नहोईतर अंश पूर्णांकानें गुणावे ह्मणजे इछिलें काम झालें.

A4

B4

आतां, [illegible] =
४ $\frac{५}{८}$ हें उत्तर.

तिसरें, $\frac{२}{७}$ आणि $\frac{५}{८}$ यांचा गुणाकार काय होतो.

उत्तर, $\frac{५}{२८}$.

चवथें, $\frac{४}{१५}$ यांस $\frac{५}{२४}$ यांनी गुण.

उत्तर, $\frac{१}{१८}$.

पांचवें, $\frac{३}{७}$, $\frac{४}{९}$ आणि $\frac{१४}{१५}$ हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, $\frac{८}{४५}$.

साहावें, $\frac{१}{२}$, $\frac{२}{३}$ आणि ३ हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, १.

सातवें, $\frac{५}{९}$, $\frac{३}{५}$ आणि ४ $\frac{५}{२४}$ हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, २ $\frac{१}{३०}$.

आठवें, $\frac{५}{६}$ आणि $\frac{६}{७}$ चे $\frac{२}{३}$ हे परस्पर गुण.

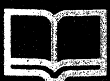
उत्तर, $\frac{१०}{२१}$.

नववें, ६ आणि ५ चे $\frac{२}{३}$ हे परस्पर गुण.

उत्तर, २०.

दाहावें, $\frac{३}{५}$ चे $\frac{५}{९}$ आणि ३ $\frac{२}{७}$ चे $\frac{५}{८}$ हे परस्पर गुण.





उत्तर, $\frac{२३}{८४}$

अकरावें, $३\frac{२}{७}$ आणि $४\frac{१४}{३३}$ हे परस्पर गुण.

उत्तर, $१४\frac{११}{२१}$

बारावें, ५, $\frac{२}{३}$, $\frac{२}{५}$ चे $\frac{३}{७}$ आणि $४\frac{१}{९}$ हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, $२\frac{८}{२१}$

व्यवहारी अपूर्णांकाचा भागाकार.

* जसे गुणाकार करावयास अपूर्णांक तयार केले तसेच भागाकार करावयास तयार करावे; नंतर अंश अंशानें भागावे, तसे छेद छेदानें भागावे, जर दोनही निःशेष भागले जातील, असें नहोईल तर, भाजकाचे अंश व छेद बदलून लिहून गुणाकार रीतीप्रमाणें तीं पदें परस्पर गुणावीं, ह्मणजे भागाकार झाला.

---

* भागाकार गुणाकाराचे उलटा आहे, याजकरितां यारीतीची सत्यता स्पष्ट आहे.

पाहा, जेव्हां अपूर्णांकास पूर्णांकानें भागायाचें आहे, तेव्हां त्या पूर्णांकाचे अंश पूर्णांकानें निःशेष भागिले जातील तर भागून, भागाकार तेथें लिहावा, तसें नहोईल तर छेद पूर्णांकानें गुणावे ह्मणजे इछिलें झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{२५}{९}$ यास $\frac{५}{३}$ यानें भाग.

आतां $\frac{२५}{९} \div \frac{५}{३} = \frac{५}{३} = १\frac{२}{३}$ हें उत्तर.

दुसरें, $\frac{५}{९}$ यास $\frac{२}{१५}$ यानें भाग.

$\frac{५}{९} \div \frac{२}{१५} = \frac{५}{९} \times \frac{१५}{२} = \frac{२५}{६} = ४\frac{१}{६}$ हें उत्तर.

तिसरें, $\frac{१६}{२५}$ यास $\frac{८}{९}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{८}{९}$.

चवथें, $\frac{७}{१६}$ यास $\frac{३}{४}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{७}{१२}$.

पांचवें, $\frac{१४}{९}$ यास $\frac{७}{६}$ यानें भाग.

उत्तर, $१\frac{१}{३}$.

साहावें, $\frac{५}{६}$ यास $\frac{१५}{७}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{७}{१८}$.

सातवें, $\frac{१२}{३५}$ यास $\frac{३}{५}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{४}{७}$.

आठवें, $\frac{२}{७}$ यास $\frac{३}{५}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{१०}{२१}$.

नववें, $\frac{९}{१६}$ यास ३ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{३}{१६}$.

अकरावें, ७ $\frac{१}{३}$ यास ९ $\frac{१}{२}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{२३}{५३}$.

बारावें, $\frac{१}{३}$ चे $\frac{२}{३}$ यास ७ $\frac{३}{९}$ चे $\frac{५}{७}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{७}{१७१}$.

व्यवहारी अपूर्णांकांचें त्रैराशिक.

पूर्वरीती प्रमाणें अपूर्णांक तयार करावे; नंतर त्यांत सम आणि व्यस्त काय असेल तें पाहून त्रिराशि रीती प्रमाणें इछाफळ उत्पन्न करावें.

उदाहरणें.

प्रथम, जर एक यार्ड बनार्थाचे $\frac{३}{४}$ यांस एक रुपयाचे $\frac{२}{५}$ पडतात; तर एक यार्ड बनार्थाचे $\frac{५}{१६}$ यांस काय पडेल?

जर या. रु. या.

$\frac{३}{४}$: $\frac{२}{५}$ :: $\frac{५}{१६}$

रु पा रे

$\frac{२}{५} \times \frac{५}{१६} \times \frac{४}{३} = \frac{१}{३}$ = १ .. ३३ $\frac{१}{३}$ इछाफळ हें उत्तर.

दुसरें, जर रुपें तोळे ७ $\frac{३}{४}$ यास ४ रुपये २ पावले पडतात;

253218

तर १ तोळ्यास काय पडेल?

रु पा रे
उत्तर, १ .. १ .. ३३ $\frac{१}{७}$.

तिसरें, जर एक गलबताचे $\frac{३}{१६}$ यांची किंमत २७३१ रु. १ पावला होते, तर त्याच गलबताचे $\frac{५}{३२}$ यांची किंमत किती होईल?

रु पा रे
उत्तर, २२७६ .. ० .. १६ $\frac{२}{३}$.

चवथें, जर कलत्यास १०० रुपयांची हुंडी घेणें तर, मुंबईस १०८$\frac{५}{८}$ रुपये पडतात, तर कलत्यास १२३०० रुपयांचे हुंडीस मुंबईस किती रुपये देणें पडतील?

रु पा रे
उत्तर, १३३६० .. ३ .. ९० .

पांचवें, २७३७ रुपये २ पावले याचें एकवर्षाचें व्याज दर शेंकडा ३$\frac{१}{८}$ रुपये प्रमाणें काय होईल?

रु पा रे
उत्तर, ८८ .. ३ .. ८७ .. $\frac{१}{२}$.

साहावें, एक गलबताचा $\frac{१}{८}$ यास ७३० रुपये २ पावले २५ रेस पडतात, तर २५०५ रुपयांस त्याच गलबताचा कोणता हिसा येईल?

उत्तर, $\frac{५०१०}{११६८९}$.

सातवें, एक फूट अथवा १२ अंगुळें लांब आणि १२ अंगुळें रुंद असें फळें असावें. त्यास ७$\frac{३}{४}$ अंगुळें रुंदीचा तख्ता लांब आहे. तेव्हां त्यांतून किती लांब घेतल्यानें बरोबर होईल?

ई करावयाची आहे, तीस एके आंगास रेशमी अस्तर असावें, आणि तें रेशमी एक यार्डाचे ३/४ रुंदीचें आहे, तेव्हां किती लांब घ्यावें ह्मणजे रजईस बरोबर होईल.

उत्तर, ३१ २/३ यार्ड.

नववें, कोणी एक जासूद रोज १२ ५/६ तास चालत असतां, ३५ २/३ दिवसांत ज्या मुक्कामी गेला; त्याच मुक्कामी जाणें आहे आणि रोज ११ ६/९ तास चालतो आहे, तर किती दिवस लागतील.

उत्तर, ४० ६११/१५२ दिवस.

दाहावें, एके पलटणांत १७६ शिपाई आहेत, त्यांस नवीं डगलीं द्यावयाचीं, एक डगल्यास बनाथ २ २/३ यार्ड लांब आणि १ ५/६ यार्ड रुंद लागते. सर्व डगल्यांस अस्तर असावें; त्यास कापड ३/४ यार्डाचे रुंदीचें लांब आहे, तेव्हां किती यार्ड लांब घेतलें ह्मणजे सर्व डगल्यांस पुरेल.

उत्तर, ४५३१ ३/३ यार्ड

दशांश अपूर्णांक.

दशांश अपूर्णांक तोच आहे, ज्याचा छेद (१) हा अंक आहे; आणि त्याजवर इतकीं पूज्यें आहेत कीं अंशस्थळींचे अंकास जितकीं स्थळें आहेत; आणि त्याचे लिहिण्याचा प्रकार असा आहे कीं, अंशस्थळींचा अंक लिहून त्याचे डावेकडे मात्र (·) असा बिंदु द्यावा. जसें, $\frac{५}{१०}$ ह्मणजे याप्रमाणें लिहितात. ·५, आणि $\frac{२५}{१००}$ याप्रमाणें लिहितात; ·२५ आणि $\frac{७५}{१०००}$ याप्रमाणें ·०७५ आणि $\frac{१२५}{१०००००}$ याप्रमाणें ·००१२५! यांत इतकीं शून्यें घालितात कीं, अंकस्थळांची संख्या जिंहीं करून छेदस्थळींचे शून्याचे संख्ये बरोबर होईल.

मिश्र संख्या तीच आहे, जींत एक पूर्णांक संख्या आणि दुसरी अपूर्णांक संख्या योजिली आहे, त्यांचा भेद मधील बिंदू करून स्पष्ट होतो. जसें, ३·२५ ही आणि $३\frac{२५}{१००}$ अथवा $\frac{३२५}{१००}$ ही एकच आहे.

दशांशांचे उजवे बाजूस कितीही शून्यें ठेविलीं तरी त्यांचे भावांत न्यूनाधिक होत नाहीं; ह्मणजे ·४, अथवा ·४०, अथवा ·४००, हे दशांश आहेत ज्याचे भाव एकच आहेत, यांचे बरोबर $\frac{४}{१०} = \frac{२}{५}$. परंतु जेव्हां दशांशाचे डावेकडे शून्यें ठेविलीं, तेव्हां त्यांचे भाव उत्तरोत्तर दश गुण न्यून होतात; जसें; ·४ हा $\frac{४}{१०}$ ह्मणजे च्यार दशमांश आहेत; परंतु ·०४ हा $\frac{४}{१००}$ ह्मणजे च्यार शतांशांचे मात्र बरोबर आहे; आ

र्थ होतो त्यास सांत दशांश ह्मणतात, जसे, ·१२५ = $\frac{१२५}{१०००}$ = $\frac{१}{८}$ आणि ·९४८ = $\frac{९४८}{१०००}$ = $\frac{२३७}{२५०}$.

जेव्हां दशांशांत एक किंवा अनेक अंक त्यांचे तेच पुनः पुनः येतात तेव्हां त्यांस आवर्तदशांश ह्मणतात; जसें, ·३३३३३ इत्यादि = $\frac{१}{३}$, ·६६६६६६ इत्यादि = $\frac{२}{३}$, ·४२८५७१४२८५७१ इत्यादि = $\frac{३}{७}$, तसेच बहुत दुसरे ही.

जसें पूर्णांकांत तसेंच दशांश अपूर्णांकांत आहे कीं, उज-वे कडील अंकाहून डावे कडील अंक उत्तरोत्तर दशगुण अधिक होतो आणि उजवेकडे तसाच न्यून होतो; हें यापुढील कोष्टकावरून समजोन येईल.

७ दशलक्ष	७ लक्ष	७ दशसहस्र	७ सहस्र	७ शत	७ दश	७ एक.	७ दशांश	७ शतांश	७ सहस्रांश	७ दशसहस्रांश	७ लक्षांश	७ दशलक्षांश

दशांश अपूर्णांकांची मिळवणी.

पूर्णांकाप्रमाणें यांतील अंक त्या त्या भावाचे अंकाखालीं अनुक्रमें लिहावे; असें केल्यानें ज्या दशांश चिन्ह बिंदूनीं पूर्णांक आणि

पूर्णांक यांचा भेद दाखविला ते सर्व एकाखालीं एक असे एक ओळींत घेतील. नंतर पूर्णांक रीतीनें उजवेकडून आरंभ करून एक एक ओळीची बेरीज घेऊन लिहावी, आणि ज्या स्तंभांत दशांश स्थळें अधिक असतील तीं मोजून बेरिजेंत तितक्या स्थळांवर, अथवा दशांशचिन्हाचे ओळी खालीं दशांशचिन्ह करावें.

उदाहरणें.

प्रथम, २९·०१४६ आणि ३१४६·५ आणि २१०९, आणि ·६२४१७ आणि १४·१६ यांची बेरीज घे.

```
  २९·०१४६
३१४६·५
२१०९
     ·६२४१७
  १४·१६
--------------
५२९९·२९८७७ ही बेरीज.
```

दुसरें, २०६, ३९·२१२, ७२०१८·९, ४१७ आणि ५०७२ यांची बेरीज घे.

उत्तर, ७७६७९·११२.

तिसरें, ७५३०, ९६·२०१, ३·०१४२, ९५७·१२, ६·२५९२ आणि ·०२०१४ यांची बेरीज घे.

उत्तर, ८५१३·०९६३.

उत्तर, [illegible]

दशांश अपूर्णांकांची वजाबाकी.

मिळवणी प्रमाणें, सर्व अंकांस आपआपले स्थानीं लिहावे, नंतर पूर्णांकिवीती प्रमाणें, उजवेकडून आरंभ कर, नंतर मिळवणींत सांगितल्या प्रमाणें दशांशचिन्ह बिंदु करावा.

उदाहरणें.

प्रथम, ७९·७३ आणि २·१३८ यांची वजाबाकी कर.

७९·७३
२·१३८
____
७७·५९२ बाकी हें उत्तर.

दुसरें, १·०२१८२ आणि २·७३ यांची वजाबाकी कर

उत्तर, ·८११८०

तिसरें, ४·००१४२ आणि २७४·८१ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, २७०·८०८५

दशांश अपूर्णांकांचा गुणाकार.

॰ जसे अपूर्णांक असतात, तसे कर्त्यांस मांडून गुणाकार करावा.— नंतर दोहों कर्त्यांत जितकीं दशांशस्थळें आहेत तितकीं गुणाकारांत मोजून दशांशचिन्ह करावें. परंतु जर गुणाकारांत इतकीं अंकस्थळें नाहींतर मागें शून्यें देऊन तितकीं स्थळें पूर्ण करून दशांशचिन्ह करावें.

उदाहरणें.

प्रथम, ·३२१०९६ यांस ·२४६५ यांनीं गुण.

```
              ·३२१०९६
                ·२४६५
            ------------
              १६०५४८०
             १९२६५७६
            १२८४३८४
            ६४२१९२
       -----------------
       ·०७९१५०१६४०   गुणाकार हें उत्तर.
```

॰ यापुढील उदाहरणापासून यारीतीची सत्यता स्पष्ट होईल,— ·१२ हे ·३६१ यांनीं गुणायाचे असावे, यासंख्या याचे बरोबर आहेत. $\frac{१२}{१००}$ आणि $\frac{३६१}{१०००}$ यांचा गुणाकार हाच आहे, $\frac{४३३२}{१०००००}$ ह्मणजे पूर्वीं सांगितले दशांश अपूर्णांक लिहिण्याचे रीतीप्रमाणें = ·०४३३२ आहे, ज्यांत दशांशस्थळें छेदस्थळींचे शून्या इतकीं आहेत. अथवा दोहों कर्त्यांत जितकीं दशांशस्थळें आहेत.





तिसरें, ·६३४७८ यांस ·४२०४ यांनी गुण.

उत्तर, ·२६६८६१५१२.

चवथें, ·३८५७४६ यांस ·००४६४ यांनी गुण.

उत्तर, ·००१७८९८६१४४.

प्रथमसंक्षेप.

दशांशांस १ आणि त्यावर एक, दोन, किंवा याहून अधिक शून्यें, असें, १०, १००, १००० इत्यादिकानें गुणायाचा.

हें काम करायास इतकें मात्र केलें पाहिजे, गुणकांत जितकीं शून्यें आहेत तितक्या स्थळांवर गुण्यांत उजवेकडे दशांशचिन्ह मारावें, तितकीं स्थळें नाहींत तर शून्यें देऊन पूर्ण करावीं.

उदाहरणें.

प्रथम, ५१·३ आणि १००० यांचा गुणाकार हा आहे, ५१३००.

दुसरें, २·७१४ आणि १०० यांचा गुणाकार काय आहे?

दुसरा संक्षेप.

संक्षेपानें गुणाकार क्रति करायाचा, असा कीं, गुणाकारांत दशांश स्थळें इछिल्या प्रमाणेंच येतील.

गुणक संख्येंतील एकंचे स्थळींचा अंक गुण्यांकाचे त्या अंकाखालीं लिहावा, जो अंक गुणाकारांतील इछिले दशांशस्थळांचे शेवटलेस्थळीं आहे; आणि तेथून बाकी पूर्णांक उजवेकडे उलटे लिहावे. आणि अपूर्णांक त्या एकंपासून डावेकडे लिहावे. — नंतर गुणायास आरंभ करावा, ज्या गुणकानें गुणायाचे त्याचे वरचे अंकापासून होईल असा; परंतु उजवेकडील शेवटापासून लिहावे; मागील सोडिले अंकांतून एक जवळचा अंक गुणून, त्यांतून हातचे घेण्याचा मार्ग ५ पासून १४ पर्यंत असल्यास हातचा १ धरावा; तसें १५ पासून २४ पर्यंत हातचे २, तसें २५ पासून ३४ पर्यंत असल्यास हातचे ३, याप्रमाणें पुढें ही. तो हातचा अंक त्यांत मिळवून लिहावे; नंतर पूर्वप्रमाणें मिळवणी करून, तितके इछिले स्थळांवर दशांशचिन्ह करावें, ह्मणजे गुणाकार झाला.





संक्षेपरीति.
२७·१४९९६
५३०१४२१
२४४३४८७४
५४२९९७
१०८५९९
२७१५
८१
१४
२५०८·९२८७

चालतीरीति.	
२	७·१४९९६
९	२·५१०३५
१३	५७४९३०
८१	४४९५८
२७१४	९९६०
१०८५९९	४४
५४२९९७	२
२४४३४८७४	
२५०८९२९८०	६५०५१०

दुसरें, ४८०·१४९३६ यांस २·७२४१६ यांनीं गुण, असें कीं, गुणाकारांत दशांशस्थळें चार होतील.

गुणाकार, १३०८·००३६.

तिसरें, २४९०·३०४९ यांस ·५७३२८६ यांनीं गुण, असें कीं, गुणाकारांत दशांशस्थळें पांच होतील.

गुणाकार, १४२७·६५६८७.

चवथें, ३२५·७०१४२८ यांस ·७२१८३९२ यांनीं गुण, असें कीं, गुणाकारांत दशांशस्थळें तीन होतील.

गुणाकार, २३५·१०४.

दशांश अपूर्णांकाचा भागाकार.

पूर्णांकां प्रमाणें, भागाकार करावा, आणि भागाकारांत इतकीं दशांशस्थळें करावीं कीं, जितकीं दशांशस्थळें भाजकापेक्षां भाज्यांत अधिक आहेत.*

दशांशचिन्ह बिंदु स्थळ जाणायाची दुसरी ही रीति आहे; भागाकारांतील प्रथम अंक, पूर्णांक अथवा दशांश असेल, तो अंशास्थळीं असावा कीं, भाजक आणि भागाकार यांचें प्रथम गुणाकारांतील भाजकाचे एकंचेस्थळींचा गुणला अंक ज्यास्थळींचे भाज्यांका खालीं बसेल. तशास्थळीं.

जेव्हां रीती प्रमाणें दशांशचिन्ह बिंदुस्थळ करायाचें आणि भागाकारांत तेवढीं स्थळें नाहींत तर शून्यांनीं तेवढीं स्थळें करून बिंदु करावा.

---

* यारीतीचें कारण स्पष्ट आहे, कांकीं, भाजक आणि भागाकार हे गुणून भाज्य उत्पन्न होतो, आणि गुणाकाराप्रमाणें भाज्यांत दशांशस्थळें भाजक आणि भागाकार या दोहोंतील दशांशस्थळांचे बरोबर असलीं पाहिजेत, याजकरितां भागाकारांत तितकीं दशांशस्थळें असलीं पाहिजेत, जितकीं भाजकापेक्षां भाज्यांत अधिक आहेत.

वर तितकी शून्यें घालावी कीं, काम इच्छे प्रमाणें होईल.

उदाहरणें.

प्रथम,

१७८)·४८५२०९९१८(·००२७२५६९
 १२९२
  ४६०
  १०४९
   १५९९
   १७५८
    १५६

दुसरें,

·२६३९)२७·००००००(१०२·३११४
 ६१००
  ८२२०
   ३०३०
    ३९१०
    १२७१०
     २१५४

तिसरें, १२३·७०२३६ यांस ५४·२५ यांनीं भाग.

उत्तर, २·२८०२.

चवथें, १२ यांस ·७८५४ यांनीं भाग.

उत्तर, १५·२७८.

पाचवें ४१९५·६८ यांस १०० यांनीं भाग.

उत्तर, ४१·९५६८.

साहावें, ·८२१७५१२ यांस ·१५२ यांनीं भाग.

उत्तर, ५·४२३१.

प्रथमसंक्षेप.

जेव्हां भाजक पूर्णांक आहे, आणि त्यावर कांहीं शून्यें असतील, तेव्हां त्या शून्यांस काढून टाकावें, आणि दशांश चिन्ह भाज्यांत इतके स्थळांवर मागें डावेकडे सारावें कीं, जितकीं शून्यें काढून टाकिलीं आहेत. जर भाज्यांत तितकीं स्थळें नाहींत तर डावेकडे शून्यें घालून, पूर्ण करून, सारावें, नंतर वर सांगितले रीतीनें भागाकार करावा.

उदाहरणें.

प्रथम, ४५·५ यांस २१०० यांनीं भाग.

२१)·४५५(·०२१६ इत्यादि.
३५
१४०
१४

दुसरें, ४१०२० यांस ३२००० यांनीं भाग.

उत्तर, १·२८१८७५.

तिसरें, ९५२ यांस २१६०० यांनीं भाग.

उत्तर, ·०४१२०३७०३७ इत्यादि.

चवथें, ६१ यांस ७९००० यांनीं भाग.

उत्तर, ·०००७७२१५१९ इत्यादि.

अंक असेल, आणि त्याजवर कांहीं शून्यें असतील, जसें, १०, १००, १००० इत्यादि, तर भागाकार काढायासाठीं भाज्यांतील दशांशचिन्ह इतकें मात्र मागें सारिलें पाहिजे कीं, जितकीं भाजकांत शून्यें आहेत; जर इतकीं अंकस्थळें नसतील तर मागें शून्यें घालून स्थळें पूर्ण करून सारावें.

उदाहरणें.

जसें, २१७·३ ÷ १०० = २·१७३

आणि ५·१६ ÷ १०० = ·०५१६

आणि ४१९ ÷ १० = ४१·९

आणि ·२१ ÷ १००० =

तिसरा संक्षेप.

जेव्हां भाजकांत अंक बहुत आहेत; अथवा भागाकारांत दशांशस्थळें इच्छे प्रमाणेंच यावीं असें आहे; तेव्हां भागाकारांत पूर्णांकस्थळें किती येतील तो सुमार करून तीं व इच्छिलेलीं दशांशस्थळें मिळून किती स्थळें होतात तितकीं भाजकस्थळें

णि असा प्रत्येक भाज्य घेतल्यावर भाजकस्थळींचा एक एक उजवे कडील अंक सोडावा, परंतु स्मरण ठेवावें कीं, असा एकेक अंक सोडिल्यावर हातचा अंक गुणाकाराचे दुसरे संक्षेपांत सांगितल्या प्रमाणें घेतला पाहिजे; पाहा जेव्हां भाजकांत इतके अंक नाहींत, जितके भागाकारांत इच्छिले आहेत, तेव्हां सर्व अंकांनीं भागाकार कृत्य आरंभ करावें, आणि सरळरीतीनें भागाकार चालवावा, जों पर्यंत भाजकस्थळीं इतके अंक मात्र राहातील, जितके भागाकारांत बाकी काढणें राहिले; नंतर आरंभ करावा.

उदाहरणें.

प्रथम, २५०८·१२८०६ यांस १२·४१०३५ यांनीं भाग, असें कीं, भागाकारांत दशांशस्थळें चार होतील. यावरून या उदाहरणीं भागाकारांत अंकस्थळें साहा होतील.





संक्षेपरीति.

९२·४१०३५) २५०८·९२८०६ (२७·१४९८
६६०७२१
१३८४९
४६०८
९१२
८०
६

चालतीरीति.

९२·४१०३५) २५०८·९२८०६ (२७·१४९८
६६०७२१०६
१३८४८६१०
४६०७५७५०
९१११६१००
७९४६७८५०
५५३९५७०

दुसरें, ४१०९·२७५१ यांस २३०·४०९ यांनीं भाग, असें कीं, भागाकारांत दशांशस्थळें चार होतील.

उत्तर, १७·८३४५.

तिसरें, २७·१०४३८ यांस ५७१२·९६ यांनीं भाग, असें कीं, भागाकारांत दशांशस्थळें पांच होतील.

उत्तर, ·००६४९.

चवथें, ९१२·०८ यांस २१२७·२ यांनीं भाग, असें कीं, भ

भागाकारांत दशांश स्थळें तीन होतील.

उत्तर, .४२७.

दशांशरूपभेद.

प्रथम प्रकार.

व्यवहारी अपूर्णांकास बरोबर भावाचें दशांशरूप घावयाचा.

दशांश भागाकार रीती प्रमाणें अंश छेदांनी भागावे. अंशांवर हावीं तेवढीं शून्यें घावीं; भागाकार येईल ते इछिले दशांश झाले.*

---

* ज्यांचे छेद अविभाज्य संख्या आहे, अशा व्यवहारी अपूर्णांकास दशांश रूप घावयास इछिलें आहे, असें कीं, ज्याचे अंक बहुत होतील, त्याची रीति ही आहे.

उदाहरणें.

$\frac{१}{२९}$ हा व्यवहारी अपूर्णांक असावा, ज्यास बरोबर भावानें दशांशरूप देणें आहे.

तेव्हां चालते रीतीनें शेष एकच अंक राही पर्यंत भागाकार करून त्याचें हें रूप होईल, $\frac{१}{२९}$ = .०३४४८ $\frac{८}{२९}$ हा संपूर्ण भागाकार आहे. नंतर या समीकरणाच्या दोन्ही बाजू ८ या शेषाचे अंशांनी गुणून यास हें रूप होईल. $\frac{८}{२९}$ = .२७५८४ $\frac{२४}{२९}$ अथवा $\frac{८}{२९}$ = .२७५८६ $\frac{६}{२९}$; जर ही किंमत प्रथम समीकरणांत व्यवहारी अपूर्णांकाचे स्थळीं लिहिली तर त्यास हें रूप होईल, $\frac{१}{२९}$ = .०३४४८२७५८६ $\frac{६}{२९}$, पुनः या समीकरणाच्या दोन्ही बाजू ६ या शेषाचे अंशांनी गुणिल्या तर यास हें रूप होईल.

$\frac{६}{२९}$ = .२०६८९६५५१७ $\frac{७}{२९}$; तर पूर्वप्रमाणें ही किंमत त्या समीकरणाचे व्यवहारी अपूर्णांक स्थळीं लिहिली तर त्यास हें रूप होईल, $\frac{१}{२९}$ = .०३४४८२७५८६२ ०६८९६५५१७ $\frac{७}{२९}$; या प्रमाणें पुढें ही इछा असेल तेथपर्यंत करावें; आण

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{७}{२४}$ यांस दशांशरूप दे.

२४ = ४ × ६ तेव्हां ४) ७
६) १·७५००००
·२९१६६६ इत्यादि.

तें यापासून कळतें कीं, प्रति आवृत्तीस दशांशस्थळें दुपट वाढतात. या उदाहरणांत दशांश अठ्ठावीस अंकस्थळांनीं पुनरावृत्त होतात, म्हणजे सांगितलेले अपूर्णांकाचे छेदस्थळीं एकोन संख्या इतक्यास्थळांनीं. यांस बरोबर दोन अवयवांनीं भागितां येईल, पुढें सांगतों याप्रमाणें.

·०३४४८२७५८६२०६८
·९६५५१७२४१३७९३१

यांत पाहून कळेल कीं, या दोन ओळींतील अनुक्रमें एक एक अंक अशा दोन दोन अंकांची बेरीज ९ या अंकाबरोबर आहे, जसें, ०+९=९; ३+६=९; असें पुढेंही. या अठ्ठावीस अंकस्थळांचे आवृत्तींत $\frac{२}{२९}$, $\frac{३}{२९}$ आणि $\frac{४}{२९}$ इत्यादि, सर्वांचे वेगळाले भाव निघतात, परंतु त्यांचा कोणकोणते अंकापासून आरंभ होतो हें अल्पांत कळेल. जसें, $\frac{२}{२९}$ = ·०६८९६ इत्यादि. म्हणजे यामूळ आवृत्तीचे बारावे अंकस्थळापासून आरंभ होतो, $\frac{३}{२९}$ = ·१०३४४८ इत्यादि, म्हणजे इचे अठ्ठाविसावे अंकस्थळापासून आरंभ होतो, म्हणून यामूळ अठ्ठावीस अंकस्थळांचे आवृत्तीचे पोटांत दुसऱ्या अठ्ठावीस अठ्ठावीस अंकस्थळांच्या अठ्ठावीस आवृत्ती होतात.

ज्यांचे छेद अविभाज्य संख्या आहे अशा व्यवहारी अपूर्णांकांत यासारिखेच कांहीं चमत्कारीक गुण आहेत ते समजांत यावयाकरितां बाजूवर दुसरें उदाहरण दाखवितों, ज्यांचे छेदस्थळीं ७ही अविभाज्य संख्या आहे, परंतु यांचे आरंभ वेगळाले संख्यांपासून झाले आहेत, तथापि साहा साहा अंकस्थळांच्या साहा आवृत्ति साहा अंकस्थळांचे मूळ आवृत्तींत आहेत.

$\frac{१}{७}$ = ·१४२८५७१४ इत्यादि.
$\frac{२}{७}$ = ·२८५७१४२८.
$\frac{३}{७}$ = ·४२८५७१४२.
$\frac{४}{७}$ = ·५७१४२८५७.
$\frac{५}{७}$ = ·७१४२८५७१.
$\frac{६}{७}$ = ·८५७१४२८५.

दुसरें, $\frac{१}{४}$ आणि $\frac{१}{२}$ आणि $\frac{३}{४}$ यांस वेगळाले दशांशरूप दे.

उत्तर, ·२५ आणि ·५ आणि ·७५.

तिसरें, $\frac{५}{८}$ यांस दशांश रूप दे.

उत्तर, ·६२५.

चवथें, $\frac{३}{२५}$ यांस दशांशरूप दे.

उत्तर, ·१२.

पांचवें, $\frac{५}{१६०}$ यांस दशांश रूप दे.

उत्तर, ·०३१२५.

साहावें, $\frac{५५०}{३८४२}$ यांस दशांश रूप दे.

उत्तर, ·१४३१५४ इत्यादि.

दुसराप्रकार.

कोणतेही दशांशाचा भाव त्याचे खालचे हलके नांवांत काढायाचा.

रीति.

सांगितले दशांश ज्या भारी नांवाचे अंकाचे असतील त्याचे खालचे हलके नांवाचे त्या भारी नांवाचे एकांत किती आहेत तितक्यांनीं ते दशांश गुणून गुणाकारांत दशांश चिन्ह द्यावें.

गुणाकारात दशांश चिन्ह द्यावे. याप्रमाणे शेवट पर्यंत करावे.

शेवटीं हे सर्व डावेकडील पूर्णांक त्या पहिले भारी नांवाचे अंकाहून उतरते आहेत ते जुळून लिहावे ह्मणजे बरोबर किंमत झाली.

टीप. हीरीति पूर्णांकांचे उतरती भाजणी सारखी आहे.

उदाहरणें.

प्रथम. ·७७५ रुपयांचे यांची किंमत काय आहे.

रु. ·७७५
४
पा. ३·१००
१००
रे. १०·०००

पा. रे.
उतर, ३·· १०.

दुसरें, ·६२५ शिलिंगाचे यांचा भाव काय आहे.

उत्तर, $७\frac{१}{२}$ पेन्स.

तिसरें, ·८६२५ पौंडाचे यांचा भाव काय आहे.

शि.
उत्तर, १७·· ३२४

पांचवें, ·४६९४ पौंडआयचे यांचा भाव काय आहे.

औं· पे· ग्रे·
उत्तर, ५ ·· १२ ·· १५·७४३.

साहावें, ·६२५, खंडीचे यांचा भाव काय आहे.

म· पा·
उत्तर, १२ ·· ६ .

सातवें, ·००९९४२ मैलाचे यांचा भाव काय आहे.

पा· फु· इं·
उत्तर, १·७··१··५·९८९४८.

आठवें, ·६८७५ यार्ड वस्त्राचे यांचा भाव काय आहे.

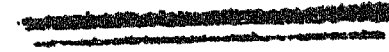
का· ने·
उत्तर, २ ·· २ .

नववें, ·२२७५ बिघ्याचे यांचा भाव काय आहे.

पा· का.
उत्तर, ६ ·· १५ .

दाहावें, ·२०८२ हागझेटचे यांचा भाव काय आहे.

उत्तर, १३·१२३० प्यालन.



स.





भारी नांवाचे दशांशांचें रूप यावयाचा.

रीति.

जो अंक सांगितला आहे तो त्याचे वरचे भारी नांवाचे
कांत ते किती आहेत तितक्यानीं भागावा, भागाकार येईल तो
शांशरूप होईल. या प्रमाणें इच्छिले भारी नांवांपर्यंत करावें.

उदाहरणें.

प्रथम, १ शेर वजनी यास खंडीचे दशांशांचें रूप दे.

```
४० | १ शेर
२० | ·०२५ मणाचे
   | ·००१२५ खंडीचे हें उत्तर.
```

दुसरें, ९ रेसांस रुपयाचे दशांशांचें रूप दे.

तिसरें, कैली २ अधोलीस खंडीचे दशांशांचें रूप

चवथें, ·२६ रेसांचे यांस रुपयाचे दशांशांचें रू

साहावें, २४ यार्ड यांस मैलाचे दशांशाचें रूप दे.

उत्तर, .०१३६३६ इत्यादि, मैल.

सातवें, १ काठी ईस बिघ्याचे दशांशांचें रूप दे.

आठवें, २ फरे मीठ यांस राशीचे दशांशांचें रूप दे.

नववें, १४ मिन्युट यांस दिवसाचे दशांशांचें रूप दे.

उत्तर, .००९७२२ इत्यादि, दिवस.

दाहावें, .२१ केली दोराचे यांस खंडीचे दशांशांचें रूप दे.

अकरावें, २८ सेकंद यांस मिन्युटाचे दशांशांचें रूप दे.

पाहा. जेव्हां हलके नांवाचे अंकांच्या अनेक रकमा आहेत त्यांस भारी नांवाचे दशांशांचें रूप देणें, तेव्हां.

भाज्यां करितां सांगितल्या रकमा एक एकाखालीं लिहाव्या, अशा कीं, त्यांतील हलके नांवाची रकम वर येऊन अनुक्रमें उत्तरोत्तर भारी नांवाच्या खालीं येतील.





न्य भाजक यांनी [illegible] [illegible]

वरचे ओळीपासून आरंभ करून [illegible]

र करावा, आणि जो भागाकार येईल तो प्रत्येक [illegible]

चे ओळींतील भाज्याचे उजवेकडे दशांश चिन्ह करून [illegible]

असें करितां करितां जो शेवटील भागाकार येईल तें इच्छित [illegible]

[illegible] होईल.

उदाहरणें.

प्रथम, २ पावलें ४० रेस यांस रुपयाचे दशांशांचें [illegible]

१००	४०
४	२·४
	·६५ रुपयाचे हें रूप.

दुसरें, १० रुपये ३ पावले ५० रेस यांस रुपयाचे दशां[illegible]

चें रूप हे.

तिसरें, २ पावले ८ रेस यांस रुपयांचे दशांशांचें [illegible]

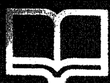
चवथें, १ पावला ५ रेस यांस रुपयाचे दशांशांचें [illegible]

दशांशांचें त्रैराशिक.

सर्व पदें यारीतीनें तयार करावीं, ह्मणजे व्यवहारी अपूर्णांकांस दशांश रूप द्यावें, अनेक रकमांचे पदांस भारी नांवाचे दशांशांचें रूप द्यावें अथवा हलके नांवाचे पूर्णांकांचें रूप द्यावें; आणि आद्यंतपदें समजाती असावीं; नंतर पूर्णांकांत सांगितल्या प्रमाणें त्रैराशि करावें.

पाहा. पूर्णांकांत आणि व्यवहारी अपूर्णांकांत जीं वेगळालीं त्रैराशिक आणि पंचराशिकादिक यांचीं उदाहरणें सांगितलीं आहेत तीं इच्छे प्रमाणें या दशांश त्रैराशिकानें होतील. आतां याची रीति दाखवायासाठीं व्यवहारी अपूर्णांक त्रैराशिकांतील प्रथमोदाहरण एथें घेतों.

जर एक यार्ड बनाथीचे ३/८ यांस एक रुपयाचे २/५ पडतात; तर एक यार्ड बनाथीचे ५/१६ यांस काय पडेल?





$\frac{२}{५}$ = ·४

$\frac{५}{१६}$ = ·३१२५

१·३३३३३२

१००

३३·३३ ३२००

पा. रे.

उत्तर, १··३३·३३ ३२ इत्यादि

द्वादशांश.

द्वादशांश म्हणून एक रीति आहे, जीणेंकरून शिल्पि
क आपआपले कामांचीं क्षेत्रफळें जाणतात.

फुट, इंच आणि पावइंच हींच मानें प्रायशःकामांत घेत
याहून सूक्ष्म आहेत तीं घेत नाहींत. याकामाची रीति पुढें सांग

जीं मापें परस्पर गुणायाचीं आहेत तीं एकाखालीं एव
हावीं, अशीं कीं, फुटीखालीं फुट, इंचाखालीं इंच, आणि पाव
खालीं पावईंच येईल.

गुण्यांतील हलके नामाचे पदापासून आरंभ करून
प्रत्येकपद गुणकाचे फुटस्थळींचे अंकानें गुणावें, आणि प्र
पदांना गुणाकार त्याचे त्याचे खालीं लिहावा, परंतु इंचस्थळींचा

ण्य गुणून त्यांत मिळवून लिहावा.

अशा रीतीनें, गुण्याचीं वेगळालीं सर्व गुणकाचे इंचाच्या ऱ्हे अंकानें आणि त्यावरील भागानेंही गुणून गुणाकार बारांपेक्षां अधिक आल्यास पूर्वप्रमाणें करून उजवेकडे एकस्थळ स्थानीं गुणाकार मांडावा.

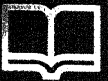
नंतर विविध मिळवणी प्रमाणें त्या दोन ओळींची बेरीज घ्यावी.

उदाहरणें.

प्रथम, ४ फुट ७ इंच हे गुण्यांक ६ फुट ४ इंच या गुणकांकानें गुणून गुणाकार काय होतो तो सांग.

फु.	इं.
४	७
६	४
२७	६
१	६ $\frac{४}{१२}$
२९	० $\frac{४}{१२}$ हें उत्तर.

दुसरें, १४ फुट ९ इंच हे गुण्यांक ४ फुट ६ इंच या गुणकांकानें गुणून गुणाकार काय आला तो सांग.





५९ · · ०
७ · · ४½
६६ · · ४½ हें उत्तर.

तिसरें, ४ फुट ७ इंच हे गुण्यांक ९ फुट ६ इंच या गुणकांका नें गुणून गुणाकार काय आला तो सांग.

फु. इं.
उत्तर, ४३ · · ६½.

चवथें, १२ फुट ५ इंच हे गुण्यांक ६ फुट ८ इंच या गुणकां कानें गुणून गुणाकार काय तो सांग.

फु. इं.
उत्तर, ८२ · · ९⅓.

पांचवें, ३५ फुट ४½ इंच हे गुण्यांक १२ फुट ३ इंच या गुणकांकानें गुणून गुणाकार काय तो सांगतो.

फु. इं.
उत्तर, ४३३ · · ४⅛.

साहावें, ६४ फुट ६ इंच हे गुण्यांक ८ फुट ९¼ इंच या गुणकांकानें गुणून गुणाकार काय तो सांग.

फु. इं.
उत्तर, ५६५ · · ८⅝.

पाहा. वरचे गुणाकारांत इंचस्थळीं ज्या संख्या आहेत त्या तितके चौरस इंच दाखवीत नाहीं, परंतु काटकोन चौकोन दाखवितात, ज्याची रुंदी १ इंच, आणि लांबी १२ इंच. जसें प्रथम उदा

आहे.

घातकर्म.

घात ह्मणजे कोणी एक संख्या मूळ कल्पून तिणें तीच पुनः पुनः विवक्षितवेळा गुणून जो अवयवी उत्पन्न होतो तो आहे. हा घात उत्पन्न करण्याचे रीतीस घातकर्म ह्मणतात. जसें,

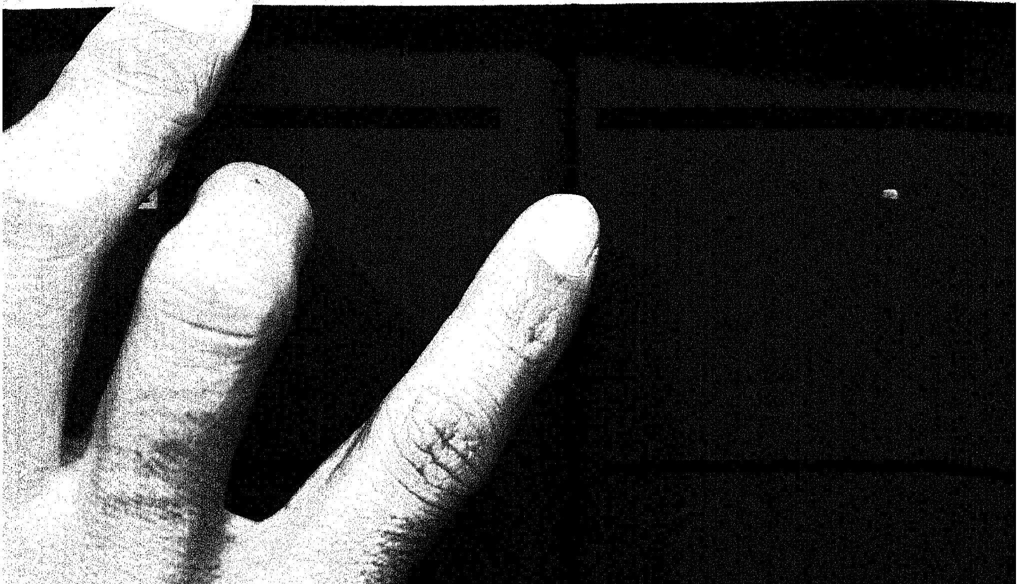
२ = २ हें मूळ, अथवा २ याचा प्रथम घात आहे.

२ × २ = ४ हा २ याचा द्विघात, अथवा वर्ग आहे.

२ × २ × २ = ८ हा २ याचा त्रिघात, अथवा घन आहे.

२ × २ × २ × २ = १६ हा २ याचा चतुर्घात आहे.

आणि यारीतीनें करून पुढील कोष्टकांत प्रथम नव संख्यांचे प्रथम नवघात सांगतो.



अं०	वर्ग	घन	चतुर्घात	पंचघात	षड्घात	सप्तघात	अष्टघात	नवघात
१	१	१	१	१	१	१	१	१
२	४	८	१६	३२	६४	१२८	२५६	५१२
३	९	२७	८१	२४३	७२९	२१८७	६५६१	१९६८३
४	१६	६४	२५६	१०२४	४०९६	१६३८४	६५५३६	२६२१४४
५	२५	१२५	६२५	३१२५	१५६२५	७८१२५	३९०६२५	१९५३१२५
६	३६	२१६	१२९६	७७७६	४६६५६	२७९९३६	१६७९६१६	१००७७६९६
७	४९	३४३	२४०१	१६८०७	११७६४९	८२३५४३	५७६४८०१	४०३५३६०७
८	६४	५१२	४०९६	३२७६८	२६२१४४	२०९७१५२	१६७७७२१६	१३४२१७७२८
९	८१	७२९	६५६१	५९०४९	५३१४४१	४७८२९६९	४३०४६७२१	३८७४२०४८९

घातप्रकाशक ती संख्या आहे, जी त्याघाताचें स्वरूप दाखविते, आणि घात उत्पन्न करण्यास जितकेवेळ गुणाकार करावे लागतात त्यावेळांपेक्षां एकानें अधिक असते. जसें, १ हा मूळाचा प्रकाशक आहे. २ हा द्विघात अथवा वर्ग याचा प्रकाशक आहे. ३ हा त्रिघात अथवा घन याचा प्रकाशक आहे. ४ हा चतुर्घाताचा प्रकाशक आहे. असें पुढें ही.

जेव्हां घात उत्पन्न करायाचे आहेत, तेव्हां अशी रीति आहे

$२^{३}$=८. हा २ याचा त्रिघात अथवा घन दाखवितो.

$२^{४}$=१६. हा २ याचा चतुर्घात दाखवितो.

$५४०^{४}$=८५०३०५६००००. हा ५४० याचा चतुर्घात दाखवितो.

जेव्हां दोन किंवा अधिक घात परस्पर गुणिले आहेत तेव्हां त्यांचा गुणाकार तो घात आहे. ज्याचा प्रकाशक दोन कर्त्यांचे घात प्रकाशकांचे बेरिजे बरोबर आहे. अथवा घातांचा गुणाकार आणि त्या वेगळाले कर्त्यांचे प्रकाशकांची बेरीज एकच आहेत असें पुढील २ याचे सांगितले घातांपासून कळेल.

	प्र.	द्वि.	त्रि.	च.	पं.	ष.	स.	अ.	न.	द.
	२	४	८	१६	३२	६४	१२८	२५६	५१२	१०२४
अथवा	$२^{१}$	$२^{२}$	$२^{३}$	$२^{४}$	$२^{५}$	$२^{६}$	$२^{७}$	$२^{८}$	$२^{९}$	$२^{१०}$

यांत ४ × ४ = १६ आणि २ + २ = ४ हा त्याचा प्रकाशक आहे.

आणि ८ × १६ = १२८ आणि ३ + ४ = ७ हा त्याचा प्रकाशक आहे.

आणि १६ × ६४ = १०२४ आणि ४ + ६ = १० हा त्याचा





चा घन आहे; आणि [illegible] हा [illegible] चा चतुर्घात आहे, अ-
सें पुढें ही. यापासून कळतें कीं, पूर्णांकाचे घात उत्तरोत्तर अधिक भावाचे होतात, आणि व्यवहारी सम अपूर्णांकाचे घात उत्तरोत्तर न्यून भावाचे होतात.

दुसरीं उदाहरणें.

पहिलें, ४५ यांचा द्विघात अथवा वर्ग काय होतो तो सांग.

उत्तर, २०२५.

दुसरें, ४·१६ यांचा वर्ग काय होतो तो सांग.

उत्तर, १७·३०५६.

तिसरें, ३·५ यांचा त्रिघात किंवा घन काय होतो तो सांग.

उत्तर, ४२·८७५.

चवथें, ·०२१ यांचा पंचघात काय होतो तो सांग.

उत्तर, ·००००००० २०५१११४१.

पांचवें, $\frac{२}{७}$ यांचा वर्ग काय होतो तो सांग.

उत्तर, $\frac{४}{४९}$.

साहावें, $\frac{५}{८}$ यांचा त्रिघात काय होतो तो सांग.

उत्तर, $\frac{१२५}{५१२}$.

मूळकर्म.

मूळकर्म ह्मणजे कोणतेही सांगितले घाताचें मूळ काढायाची रीति, ते घातकर्माचे उलटें आहे.

कोणतीही संख्या अथवा घात याचें मूळ, तीच संख्या आहे, जी तीणे तीच कितीवेळ गुणून तोच घात उत्पन्न करिते. जसें, २ हे ४ यांचें वर्गमूळ आहे, कां कीं, $२^{२} = २ \times २ = ४$; आणि ३ हें २७ यांचें घनमूळ आहे, कां कीं, $३^{३} = ३ \times ३ \times ३ = २७$.

कोणतीही संख्या अथवा मूळ विवक्षितवेळा त्याणें तें च गुणून त्याचा घात पूर्ण करितां येतो. परंतु बहुतही संख्या अशा आहेत कीं, ज्यांचें मूळ कधींही पूर्ण निघत नाहीं. तथापि दशांशांचे साहाय्यानें मूळाचे जवळ जवळ जाववतें.

जें मूळपूर्ण निघत नाहीं त्यास खंडमूळ अथवा करणी ह्मणतात, आणि जीं मूळें बरोबर काढवतात त्यांस अखंड मूळें ह्मणतात. जसें, ३ याचें वर्गमूळ करणी आहे; परंतु ४ याचें वर्गमूळ अखंड आहे, कां कीं, पूर्ण २ आहेत: पुनः ८ याचें घनमूळ अखंड आहे, कां कीं, पूर्ण २ आहेत; परंतु ९ याचें घनमूळ





करितात, आणि त्या चिन्हांत मूळप्रकाशक लिहितात. जसें, २० याचें घनमूळ $\sqrt[3]{\text{२०}}$ असें लिहितात; आणि त्याचें वर्गमूळ $\sqrt{\text{२०}}$ असें लिहितात. असें वर्गमूळ दाखवायासाठीं त्याचा प्रकाशक २ हा कधींही त्यांत लिहित नाहींत, केवळ चिन्हानेंच दाखवितात.

जेव्हां घातांत अनेकपदें + धन − ऋण चिन्हांनीं जोडिलेलीं आहेत तेव्हां त्याचे डावेकडील मूळप्रकाशकचिन्हाचे शिरापासून त्यांजवर — अशी सरळ रेघ करितात. जसें, ४५−१२ याचें घनमूळ $\sqrt[3]{\text{४५}-\text{१२}}$ असें लिहितात, अथवा त्या संख्यांस कौंसांचे साखळेंत बांधून यारीतीनें लिहितात, जसें, $\sqrt[3]{(\text{४५}-\text{१२})}$.

परंतु आतां प्रायशः सर्वमूळांचे प्रकाशक, व्यवहारी अपूर्णांकाचे रूपानें घातप्रकाशकां सारिखे लिहितात; जसें, ८ याचें वर्गमूळ $\text{८}^{\frac{1}{2}}$ असें, २५ याचें घनमूळ $\text{२५}^{\frac{1}{3}}$ असें, आणि ४५-१८ याचें चतुर्घातमूळ $(\text{४५}-\text{१८})^{\frac{1}{4}}$ असें, अथवा $\overline{\text{४५}-\text{१८}}^{\frac{1}{4}}$ असें.

ळे संख्येचे दोन दोन अंकस्थळांचे भाग केले याचें कारण हें आहे कीं, वर्गास दोहोंपेक्षां अधिक अंकस्थळें होत नाहींत; आणि दोन अं ब्र वर्गास चोहोंपेक्षां अधिक अंकस्थळें होत नाहींत; याप्रमाणें पुढें मूळांत इतकीं अंकस्थळें होतील कीं, सांगितले संख्येचे जितके इत.

या कर्मांतील वेगळाले भूमिकांचें कारण बीजगणितांतील व कळेल, त्या वर्गांत पदें दोन, अथवा तीन किंवा याहून अधिक $(अ+ब)^२ = अ^२ + २अब + ब^२ = अ^२ + (२अ+ब)ब$, हा वर्ग आहे दिसतें कीं, मूळाचें प्रथमपद अ आहे, आणि दुसरें ब, आणि प्र हे, आणि नवा भाजक २अ+ब आहे, ह्मणजे मूळांतील प्रथ सरे जवळचे पदानें वाढविलेली. याजकरितां मूळ काढण्याची नाहे;

भाजक अ) $अ^२ + २अब + ब^२$ (अ + ब हें मूळ.

$अ^२$

भाजक २अ + ब | $२अब + ब^२$

ब | $२अब + ब^२$

सरें मूळ, ज्यांत अ, ब, क, तीन पदें आहेत. जसें, $ब+क)^२ = अ^२ + २अब + ब^२ + २अक + २बक + क^२ = अ^२ +$ $(२अ+२ब+क)क$, हा तीन पदांचा वर्ग आहे, ज्यांत त्याचे मू म आहे, दुसरें पद ब, आणि तिसरें पद क आहे; आणि प्रथ , दुसरा भाजक २अ+ब, आणि तिसरा भाजक २अ+२ब+क. कळेल कीं, प्रत्येक भाजक, मूळांतील पूर्वीची दुपट जवळचे नवे प चे बरोबर आहे. आणि मूळ काढण्याची वरसांगितले रीतीचे बरोबर र्थीं बीजांत मूळकर्माचे दुसरे प्रकारांत लिहिलें आहे तें पाहा.

ढेही, ह्मणजे कल बिंदूपासून एकस्थळ सोडून दुसऱ्यावर करा
वा, याप्रमाणें पूर्णांकांत एकमचे स्थळापासून डावेकडे बिंदु
रीत चालावें, आणि दशांशांत उजवेकडे.

डावेकडील शेवटचे प्रथम भागांत अति मोठा वर्ग क
आहे तें शोधावें, आणि त्याचें मूळ उजवेकडे जेथें भागाकार
हितात तेथें मांडावें.

नंतर शोधून काढलेला अतिमोठा वर्ग त्याप्रथम
तून वजा करावा, आणि बाकी राहील तीचे उजवेकडे वरच
सराभाग भाज्या करितां घ्यावा.

भाजका करितां वर लिहिलेलें मूळ दुपट करून लि
आणि भाज्याचे उजवे शेवटचा एक अंक सोडून राहिले भा
हा भाजक कितीवेळा जातो तें शोधावें; आणि तो वेळांक, भा
आणि भागाकार यांचे उजवेकडे दोनस्थळीं लिहावा.

या वाढविले सर्व भाजकास त्या शेवटील वेळांव
णावा, आणि तो गुणाकार भाज्यांतून वजा करावा. नंत
की राहील तीचे जवळ वरचा पूर्वीं घेतल्याचे जवळचा
ग नवे भाज्या करितां लिहावा.

नुक्रमें खालीं आणून काम पुरें होईल.

पाहा. नवे नवे भाजकां करितां मूळ दुपट करण्याची ही रीति सर्वांहून सोपी आहे कीं, मूळाचे शेवटचा वेळांक पूर्वभाजकां त मिळवावा. हें यापुढील उदाहरणावरून स्पष्ट समजेल.— आणि सांगितले संख्येंतील सर्व भाग खालीं आणून काम केल्यावर कांहीं बाकी राहून काम वाढवायाची इच्छा असल्यास [illegible] बाकी वर दोन दोन शून्यें देऊन दशांशांत वाढवितां येईल.

उदाहरणें.

प्रथम, २९५०६६२४ याचें वर्गमूळ काढ.

२९५०६६२४ (५४३२ हें वर्गमूळ.

	२५
१०४	४५०
४	४१६
१०८३	३४६६
३	३२४९
१०८६२	२१७२४
२	२१७२४



वर सांगितलें मूळ काढण्याचे रीतीकरून क्रम करीत चा लावें, जों पर्यंत मूळाचे इच्छिले अंकस्थळांचे अर्धीं किंवा एकाधिक अर्धीं अंकस्थळें उत्पन्न होतील; नंतर राहिलीं अंकस्थळें उत्पन्न करायासाठीं शेवटील भाज्य त्याचे भाजकानें दशांश संक्षेपरीतीनें भागावा, जसें.

दुसरें, २ याचें वर्गमूळ नव अंकस्थळें पर्यंत काढणें.

```
२(१.४१४२१३५६
        १
  ------------
  २४  | १००
   ४  |  ९६
  ---------------
  २८१  |  ४००
     १  |  २८१
  -----------------
  २८२४  | ११९००
      ४  | ११२९६
  ---------------------
  २८२८२  |  ६०४००
       २  |  ५६५६४
  --------------------------
  २८२८४)   ३८३६(१३५६
           १००८
            १६०
             १९
              २
```

चवथें, १७·३०५६ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, ४·१६.

पांचवें, ·०००७२९ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, ·०२७.

साहावें, २ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, १·७३२०५०.

सातवें, ५ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, २·२३६०६८.

आठवें. ६ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, २·४४९४८९.

नववें, ७ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, २·६४५७५१.

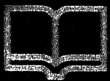
दाहावें, १० याचें वर्गमूळ काय?

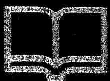
उत्तर, ३·१६२२७७.

अकरावें, ११ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, ३·३१६६२४.

बारावें, १२ याचें वर्गमूळ काय? उत्तर, ३·४६४१०१.





कोणतेंही मूळ काढिल्याचे पूर्वी व्यवहारी अपूर्णांकास
ति संक्षेप रूप दिलें पाहिजे. नंतर

१ जर छेद पूर्णघात असेल तर अंश छेदांचीं वर्गमूळें वे
ळालीं पूर्वरीतीनें काढून त्यांचे त्यांचे स्थळीं लिहावीं : छेद अं
नसतील तर.

२ अंश आणि छेद परस्पर गुणून गुणाकाराचें मूळ का
वें : नंतर हें मूळ सांगितले अपूर्णांकाचे अंशास्थळीं किंवा छेद
ळीं लिहावें. ह्मणजे तें रूप त्या अपूर्णांकाचें वर्गमूळ झालें.

ह्मणजे. $\sqrt{\frac{अ}{ब}} = \frac{\sqrt{अ}}{\sqrt{ब}} = \frac{\sqrt{अब}}{ब} = \frac{अ}{\sqrt{अब}}$.

ही सामान्य रीति स्तब्ध मूळ आणि अनंतमूळ या दोहोंवरही चाल

३ अथवा व्यवहारी अपूर्णांकास दशांश रूप देऊन मग
र्गमूळ काढावें.

४ भागानुबंध पूर्णांकास व्यवहारी विषम अपूर्णांकरूप
ऊन मग प्रथम आणि दुसरी या रीतीं करून त्याचें मूळ काढितां
ईल, अथवा त्यांतील अपूर्णांकास दशांशरूप देऊन ते दशांश
पूर्णांकाशीं जोडून मग त्याचें मूळ काढावें.

तिसरें, $\frac{९}{१२}$ याचें वर्गमूळ काय? उत्तर, ·८६६०२५.

चवथें, $\frac{५}{१२}$ याचें वर्गमूळ काय? उत्तर, ·६४५४९७.

पांचवें, १७$\frac{३}{८}$ याचें वर्गमूळ काय? उत्तर, ४·१६८३३३.

वर्गमूळाचे साहाय्यानें कोणतेही घाताचें मूळ निघतें, ज्याचा प्रकाशक २ याचा कोणताही घात आहे, जसें, चतुर्घातमूळ, अष्टघातमूळ, षोडशघातमूळ इत्यादि. प्रकाशक दोहोंचा वर्ग आहे तर वर्गमूळ काढून पुनः त्याचें वर्गमूळ काढावें असें द्विरावृत्तमूळ काढावें, अष्टघाताचें त्रिरावृत्तमूळ इत्यादि.

ह्मणजे, २१०३५८ याचें चतुर्घातमूळ काढणें तर वर्गमूळ खालीं सांगतों याप्रमाणें द्विरावृत्त काढिलें पाहिजे.

```
२१०३५८००००  (१४५०३७२३  (१२०४३१४०७ हें चतुर्घातमू॰.
 १                        १
२४ | ११०                  २२ | ४५
 ४ |  ९६                   २ | ४४
२८५ | १४२५                २४०४ | १०३४२
  ५ | १४२५                   ४ | ९६१६
२१००३ | १०८०००            २४०८३ | ७२६३७
    ३ |  ८७००९                ३ | ७२२४९
२१००६)  २०९९१(७२३७              ३८८(१४०७
        ६८७                     ८०
        १०७                     १७
         २०
```

प्रथम सामान्य रीति.*

१ सांगितले संख्येस तीन तीन अंकस्थळांचे भागांनीं या
तीनें भागावी, संख्येंतील एकमस्थळींचे अंकावर बिंदु करावा,
र सहस्रमचे स्थळींचे अंकावर दुसरा बिंदु करावा, याप्रमाणें पु
ही. ह्मणजे केले बिंदूपासून डावेकडे दोनस्थळें सोडून तिसऱ्या
करावा, याप्रमाणें पूर्णांकांत एकमचे स्थळापासून डावेकडे

---

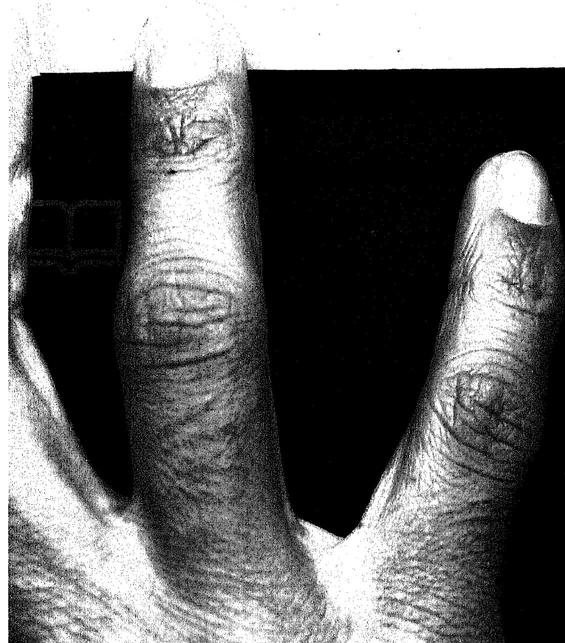
* सांगितली संख्या तीन तीन अंकस्थळांचे भागांनीं भागायाचें का
हेंच आहे कीं, केवळ एक अंकाचा घन तीन अंकस्थळांपेक्षां अधिक होत ना
आणि अशा कारणास्तव चतुर्घातमूळ काढणें तर सांगितली संख्या चार चार
कस्थळांचे अंकांनीं भागावी; पंचघातमूळ काढणें तर पांच पांच अंकस्थळां
भागांनीं. याप्रमाणें पुढेंही.

रीतीचे दुसरे भूमिकेस बीज घन आश्रय आहे; कांजर मूळांत अ
हीं दोन पदें आहेत, तर त्याचा घन पुढें लिहिलें याप्रमाणें आहे, $(अ+ब)^३=$
$+ ३ अ^२ ब + ३ अ ब^२ + ब^३$; ० यांत प्रथमपद $अ^३$, याचें मूळ अ, आहे, तथा
$३ अ^२ ब + ३ अ ब^२ + ब^३$, हा आणि शोधक यांची वेगळालीं पदें बरोबर आहेत; पुनः
जर $३ अ^२ + ३ अ$, आहे, ज्याणें नवे भाज्याची $३ अ^२ ब + ३ अ ब^२$ या दोन पदांस भाग
मूळाचें दुसरें पद ब उत्पन्न होतें; असें पुढेंही.

मूळ उजवेकडे जेथें भागाकार लिहितात तेथें मांडावा. नंतर शोधून काढिलेला अतिमोठा घन त्या प्रथम भागांतून वजा करावा. आणि बाकी राहील तीचे उजवेकडे भाज्या करितां वरचा दुसरा भाग घ्यावा. त्यास नवा भाज्य ह्मणावा.

२ वर लिहिले मूळाचे वर्गाची तिपट करून लिहावी, आणि त्याचे खालीं त्याच मूळाची तिपट करून एक अंकस्थळ पुढें जाईअशी लिहावी, आणि त्यांची बेरीज घ्यावी, याबेरिजेस नवा भाजक ह्मणावें, नंतर भाज्याचा शेवटील अंक सोडून राहिली संख्या या भाजकानें भागितां भागाकार काय येईल तो त्यामूळाचे जवळ लिहावा. आतां मूळस्थळीं दोन अंक झाले, त्यांत प्रथमास अ नांव ठेवावें, आणि दुसऱ्यास ई.

३ या पुढील तीन गुणाकारांची बेरीज घ्यावी, ह्मणजे तिपट अचा वर्ग गुणिला ई, तिपट अ गुणिला ईवर्ग, आणि ईघन. हे तीन गुणाकार अनुक्रमें एकेक अंकस्थळ पुढें सारून लिहावे, नंतर त्यांचे बेरिजेस हीनकर्तव्य नांव ठेवावें. परंतु हा नवे भाज्यापेक्षां अधिक नसावा, कदाचित् अधिक झाला तर मूळस्थळींचा शेवटील ई अंक उणा करीत गेलें पाहिजे जों पर्यंत हा हीनकर्तव्य, नवे भाज्याचे



नवे भाज्याकारतां वरचा दुसरा भाग जोडावा; त्यास नवा भाज असावा तो सगळे मूळस्थळींचे अंकांपासून पूर्वप्रमाणें उत्पन्न क ना; या नवे भाज्य भाजकांपासून रीतीचे दुसरें भूमिके प्रमाणें मूळ दुसरा अंक उत्पन्न होईल, आणि या प्रमाणें पुढें ही.

उदाहरणें.

प्रथम, ४८२२८५४४ याचें घनमूळ काढ.

$३ \times ३^{२} = २७$ | ४८२२८५४४ (३६४ हें घनमूळ.
$३ \times ३ = ०९$ | २७

नवा भाजक २७९ | २१२२८ नवा भाज्य.

$३ \times ३ \times ६ = १६२$
$३ \times ३ \times ६^{२} = ३२४$
$६^{३} = २१६$
} बेरीज घे.

$३ \times ३६^{२} = ३८८८$ | १९६५६ शोधक.
$३ \times ३६ = १०८$

नवा भाजक ३८९८८ | १५७२५४४ नवा भाज्य.

$३ \times ३६^{२} \times ४ = १५५५२$
$३ \times ३६ \times ४^{२} = १७२८$
$४^{३} = ६४$
} बेरीज घे.

१५७२५४४ शोधक.
०००००००

तिसरें, १६२८ १२९२ याचें घनमूळ काढ.

उत्तर, ११·७६४२.

चवथें, १३३२ याचें घनमूळ काढ.

उत्तर, ११·००२७.

दुसरी. संक्षेपानें घनमूळ काढायाची*.

१ ऊमारानें अथवा मूळकोष्टकांपासून, पृष्ठ ९३ इत्यादि, सांगितले संख्येचा संनिध अधिक किंवा उणा अखंड घन घ्यावा, आणि त्यास घेतला घन ह्मणावा.

---

* घनमूळ काढण्याची जी सामान्यतः रीति सांगितली आहे, ती फार दीर्घ कंटाळवाणी आणि स्मरणांत ठेवण्यास कठीण, याजकरितां संनिधमूळ काढण्याच्या दुसऱ्याविविध रीति न्यूटन, राफ्संन, हालि डलाह्नी, सिंफ्सन, एमरसंन, आणि दुसरे ज्योतिषी यांनीं कल्पिल्या आहेत; परंतु, सरळरूपाची आणि सामान्यतः कामांत फार उपयोगी अशी ही रीति पाहिली, याप्रमाणें त्यांत दुसरी कोणती ही नाहीं. तिचें बीज रूप हेंच आहे.

जसें, प+२अ अ+२प : : र : ल, अथवा

जसें, प+२अ: प∾अ : : र : ल∾र.

यांत सांगितली संख्या आहे, अ, घेतलेला अति संनिध घन आहे, र, अचें घनमूळ आहे, आणि ल, पचें इच्छिलें मूळ आहे.



ले संख्येची दुपट यांचे बरिजेस आहे, तसें घेतले घनाचें मूळ, सांगितले संख्येचे मूळाजवळ जवळ होईल. अथवा जसें प्रथमबेरीज, सांगितली संख्या आणि घेतलेला घन यांचे वजाबाकीस आहे, तसें घेतलेले घनाचें मूळ, इछिलें मूळ आणि घेतले घनाचें मूळ याचे वजाबाकीस होईल.

२ पुनः अशारीतीनें उत्पन्न केले मूळाचा घनकरून तो घेतला घन असें मानून वर प्रमाणें तपशील करावा, ह्मणजे अतिसंनिध दुसरें मूळ उत्पन्न होईल, याप्रमाणें उत्तरोत्तर उत्पन्न झालेलेमूळाचा पुनः पुनः घन करून तो घेतला घन मानून वरप्रमाणे तपशील करीत जावें, ह्मणजे उत्तरोत्तर फारच अतिसंनिधमूळ निघेल.

उदाहरणें.

प्रथम, २१०३५८ याचें घनमूळ काढ.

यांत त्वरेनें कळतें कीं, याचें घनमूळ २०आणि ३०यादोन संख्यांचे मध्यें आहे, आणि पुनः शोधितां लक्ष्यांत येतेंकीं, २७आणि २८ या दोहोंच्या आंत आहे, याजकरितां २७ घेऊन त्याचा घन१९६८३ आहे, हा वर सांगितल्या प्रमाणें घेतला घन आहे, तेव्हां.



२७

४३२२८२२

१२३२०९२

६०२०१.८) १६६.७३७४.२ (२७.६०४७ हें घनमूळसंनिध आहे.

४५९३३८

३६५२५

२८४

४२

पुनः दुसऱ्यानें कर्मकरून वरचे मूळाचा घन २१०३५.३१८६५ ५१५५८२७ आहे, आणि दुसरे भूमिकेंतील दुसरे प्रकारानें कर्मकरून याप्रमाणें होईल.

२१०३५.३१८६४५ इत्यादि.
२

४२०७०.६३७२९० २१०३५.८

२१०३५.८ २१०३५.३१८६४५ इत्यादि.

६३१०६.४३७२९ : .४८१३५५ : : २७.६०४७ : .०००२१०५६०

.०००२१०५६०

२७.६०४९१०५६० हें अति संनिधमूळ.

दुसरें, .६७ याचें घनमूळ काढ.

तिसरें, .०१ याचें घनमूळ काढ.

ले संख्येचे वर्गमूळादि प्रकाशक अक्षरचिन्ह, अ, हें कोणतेहीघे तले मूळाचे वर्गादीचें अक्षरचिन्ह, र, हें या घेतले वर्गादीचेंमूळ, ल, हें पचें इछिलेंमूळ; नंतर याप्रमाणें ह्मणावें.

जशी न+१वेळा अ आणि न-१ वेळा प ही बेरीज :

न+१ वेळा प. आणि न-१ वेळा अ यांचे बेरीजेस होतें : :

तसें घेतलें मूळ रः इछिले ल यामूळास होईल.

अथवा जसें न+१ वेळा अ आणि न-१ वेळा प यांचे बेरिजेचे अर्ध :

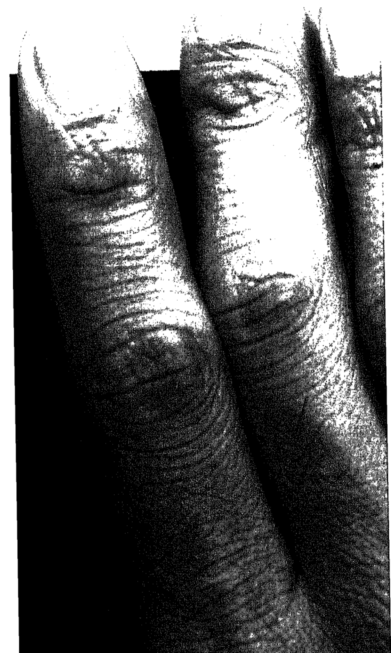
सांगितला आणि घेतला या घातांचें वजाबाकीस होईल.

तसें घेतलें मूळ र : घेतलें आणि खरें यामूळांचे वजाबाकीस होईल.

आणि ही वजाबाकी घेतले मूळांत मिळविली अथवा वज केली जसें कामांत येईल त्याप्रमाणें केलें असतां खरें मूळ होईल.

---

* ही संनिधमूळरीति, सर्व घातांचे मूळांस सामान्य आहे, आणि पूर्वी सांगितली ती विशेष रीति घनमूळावर मात्र लागते.



अथवा.

$\overline{न+१}$ अ + $\overline{न-१}$ प : प ∽ अ :: र : ल ∽ र.

आणि याप्रमाणें पुनः पुनः करून दुसरें दुसरें खरें मूळ काढावें, परंतु प्रत्येक प्रमाणांत जेव्हां निघेल तें मूळ र, आणि त्या मूळाचा घन न, आणि घेतले वर्गादिक अ, होईल, याप्रमाणें अक्षरचिन्हें करावीं.

उदाहरणें.

२१०३५·८ याचें पंचघातमूळ काढावयाचें.

या उदाहरणांत दिसतें कीं, याचें पंचघातमूळ ७·३ आणि ७·४ या दोन संख्यांचेमध्यें आहे, आतां ७·३ हें घेतलें मूळ, याचा पंचघात २०७३०·७१५९३, यांत प=२१०३५·८, न=५, र=७·३, अ=२०७३०·७१५९३, तर दुसरे रीतीप्रमाणें.

१०४२६३·७४६३३२०   २२२७·११३२

$$२२२७·११३२\left\{\begin{array}{l} ·०२१३६०५ = र \vee ल \\ ७·३ = र \end{array}\right.$$

७·३२१३६०५ = ल हें इच्छिलें पंचघातमूळ होय.

दुसरीं उदाहरणें.

प्रथम, २ याचें घनमूळ काढ.

उत्तर, १·२५९९२१.

दुसरें, ३२१४ याचें घनमूळ काढ.

उत्तर, १४·७५७५८.

तिसरें, २ याचें चतुर्घातमूळ काढ.

उत्तर, १·१८९२०७.

चवथें, ९७·४१ याचें चतुर्घातमूळ काढ.

उत्तर, ३·१४१५९९.

पांचवें, २ याचें पंचघातमूळ काढ.

उत्तर, १·१४८६९९.

साहावें, २१०२५·८ याचें षड्घातमूळ काढ.



उत्तर, १·१२२४६२.

आठवें, २१०३५·८ याचें सप्तघातमूळ काढ.

उत्तर, ४·१४५२९२.

नववें, २ याचें सप्तघातमूळ काढ.

उत्तर, १·१०४०८९.

दाहावें, २१०३५·८ याचें अष्टघातमूळ काढ.

उत्तर, ३·४७०३२३.

अकरावें, २ याचें अष्टघातमूळ काढ.

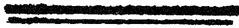
उत्तर, १·०९०५०८.

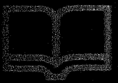
बारावें, २१०३५·८ याचें नवघातमूळ काढ.

उत्तर, ३·०२२२३९.

तेरावें, २ याचें नवघातमूळ काढ.

उत्तर, १·०८००५९.







णि ते गणित कर्मांत जेथ मूळ, आणि घात, याचे काम येते तेथ फार उपयोगीं पडतील.

या कोष्टकांचा उपयोग शून्य अथवा दशांशचिन्हाचें स्थळ बदल केल्यानें बहुत संख्यांचे कामांत येतो, जेसें, या पुढील उदाहरणापासून कळेल.

मूळ.	वर्ग.	घन.
३६	१२९६	४६६५६
३६०	१२९६००	४६६५६०००
३६००	१२९६००००	४६६५६००००००
५४६	२९८११६	१६२७७१३३६
५४·६	२९८१·१६	१६२७७१·३३६
·५४६	·२९८११६	·१६२७७१३३६



२	४	८	१.४१४२१३६	१.२५९९२१०
३	९	२७	१.७३२०५०८	१.४४२२५०
४	१६	६४	२.०००००००	१.५८७४०१
५	२५	१२५	२.२३६०६८०	१.७०९९७६
६	३६	२१६	२.४४९४८९७	१.८१७१२१
७	४९	३४३	२.६४५७५१३	१.९१२९३१
८	६४	५१२	२.८२८४२७१	२.००००००
९	८१	७२९	३.०००००००	२.०८००८४
१०	१००	१०००	३.१६२२७७७	२.१५४४३५
११	१२१	१३३१	३.३१६६२४८	२.२२३९८०
१२	१४४	१७२८	३.४६४१०१६	२.२८९४२८
१३	१६९	२१९७	३.६०५५५१३	२.३५१३३५
१४	१९६	२७४४	३.७४१६५७४	२.४१०१४२
१५	२२५	३३७५	३.८७२९८३३	२.४६६२१२
१६	२५६	४०९६	४.०००००००	२.५१९८४२
१७	२८९	४९१३	४.१२३१०५६	२.५७१२८२
१८	३२४	५८३२	४.२४२६४०७	२.६२०७४१
१९	३६१	६८५९	४.३५८८९८९	२.६६८४०२
२०	४००	८०००	४.४७२१३६०	२.७१४४१८
२१	४४१	९२६१	४.५८२५७५७	२.७५८९२३
२२	४८४	१०६४८	४.६९०४१५८	२.८०२०३९
२३	५२९	१२१६७	४.७९५८३१५	२.८४३८६७
२४	५७६	१३८२४	४.८९८९७९५	२.८८४४९९
२५	६२५	१५६२५	५.०००००००	२.९२४०१८





२७	७२९	१९६८३	५.१९६१५२४२	३.०००००००
२८	७८४	२१९५२	५.२९१५०२६२	३.०३६५८८९
२९	८४१	२४३८९	५.३८५१६४८०	३.०७२३१६७
३०	९००	२७०००	५.४७७२२५५८	३.१०७२३२५
३१	९६१	२९७९१	५.५६७७६४३६	३.१४१३८०६
३२	१०२४	३२७६८	५.६५६८५४२५	३.१७४८०२
३३	१०८९	३५९३७	५.७४४५६२६५	३.२०७५३४
३४	११५६	३९३०४	५.८३०९५१८९	३.२३९६१२
३५	१२२५	४२८७५	५.९१६०७९७८	३.२७१०६६
३६	१२९६	४६६५६	६.००००००००	३.३०१९२७
३७	१३६९	५०६५३	६.०८२७६२५३	३.३३२२२२
३८	१४४४	५४८७२	६.१६४४१४०	३.३६१९७५
३९	१५२१	५९३१९	६.२४४९९८०	३.३९१२११
४०	१६००	६४०००	६.३२४५५५३	३.४१९९५२
४१	१६८१	६८९२१	६.४०३१२४२	३.४४८२१७
४२	१७६४	७४०८८	६.४८०७४०७	३.४७६०२७
४३	१८४९	७९५०७	६.५५७४३८५	३.५०३३९८
४४	१९३६	८५१८४	६.६३३२४९६	३.५३०३४८
४५	२०२५	९११२५	६.७०८२०३९	३.५५६८९३
४६	२११६	९७३३६	६.७८२३३००	३.५८३०४८
४७	२२०९	१०३८२३	६.८५५६५४६	३.६०८८२६
४८	२३०४	११०५९२	६.९२८२०३२	३.६३४२४१
४९	२४०१	११७६४९	७.००००००००	३.६५९३०६
५०	२५००	१२५०००	७.०७१०६७८	३.६८४०३१



वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
५१	२६०१	१३२६५१	७·१४१४२८४	३·७०८४३०
५२	२७०४	१४०६०८	७·२१११०२६	३·७३२५११
५३	२८०९	१४८८७७	७·२८०१०९९	३·७५६२८६
५४	२९१६	१५७४६४	७·३४८४६९२	३·७७९७६३
५५	३०२५	१६६३७५	७·४१६१९८५	३·८०२९५२
५६	३१३६	१७५६१६	७·४८३३१४८	३·८२५८६२
५७	३२४९	१८५१९३	७·५४९८३४४	३·८४८५०१
५८	३३६४	१९५११२	७·६१५७७३१	३·८७०८७७
५९	३४८१	२०५३७९	७·६८११४५७	३·८९२९९६
६०	३६००	२१६०००	७·७४५९६६७	३·९१४८६७
६१	३७२१	२२६९८१	७·८१०२४९७	३·९३६४९७
६२	३८४४	२३८३२८	७·८७४००७९	३·९५७८९२
६३	३९६९	२५००४७	७·९३७२५३९	३·९७९०५७
६४	४०९६	२६२१४४	८·०००००००	४·००००००
६५	४२२५	२७४६२५	८·०६२२५७७	४·०२०७२६
६६	४३५६	२८७४९६	८·१२४०३८४	४·०४१२४०
६७	४४८९	३००७६३	८·१८५३५२८	४·०६१५४८
६८	४६२४	३१४४३२	८·२४६२११३	४·०८१६५५
६९	४७६१	३२८५०९	८·३०६६२३९	४·१०१५६६
७०	४९००	३४३०००	८·३६६६००३	४·१२१२८५
७१	५०४१	३५७९११	८·४२६१४९८	४·१४०८१८
७२	५१८४	३७३२४८	८·४८५२८१४	४·१६०१६८
७३	५३२९	३८९०१७	८·५४४००३७	४·१७९३३९
७४	५४७६	४०५२२४	८·६०२३२५३	४·१९८३३६
७५	५६२५	४२१८७५	८·६६०२५४०	४·२१७१६३

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
७६	५७७६	४३८९७६	८.७१७७९७९	४.२३५८२४
७७	५९२९	४५६५३३	८.७७४९६४४	४.२५४३२१
७८	६०८४	४७४५५२	८.८३१७६०९	४.२७२६५९
७९	६२४१	४९३०३९	८.८८८१९४४	४.२९०८४१
८०	६४००	५१२०००	८.९४४२७१९	४.३०८८७०
८१	६५६१	५३१४४१	९.०००००००	४.३२६७४९
८२	६७२४	५५१३६८	९.०५५३८५१	४.३४४४८१
८३	६८८९	५७१७८७	९.११०४३३६	४.३६२०७१
८४	७०५६	५९२७०४	९.१६५१५१४	४.३७९५१९
८५	७२२५	६१४१२५	९.२१९५४४५	४.३९६८३०
८६	७३९६	६३६०५६	९.२७३६१८५	४.४१४००५
८७	७५६९	६५८५०३	९.३२७३७९१	४.४३१०४७
८८	७७४४	६८१४७२	९.३८०८३१५	४.४४७९६०
८९	७९२१	७०४९६९	९.४३३९८११	४.४६४७४५
९०	८१००	७२९०००	९.४८६८३३०	४.४८१४०५
९१	८२८१	७५३५७१	९.५३९३९२०	४.४९७९४१
९२	८४६४	७७८६८८	९.५९१६६३०	४.५१४३५७
९३	८६४९	८०४३५७	९.६४३६५०८	४.५३०६५५
९४	८८३६	८३०५८४	९.६९५३५९७	४.५४६८३६
९५	९०२५	८५७३७५	९.७४६७९४३	४.५६२९०३
९६	९२१६	८८४७३६	९.७९७९५९०	४.५७८८५७
९७	९४०९	९१२६७३	९.८४८८५७८	४.५९४७०१
९८	९६०४	९४११९२	९.८९९४९४९	४.६१०४३६
९९	९८०१	९७०२९९	९.९४९८७४४	४.६२६०६५
१००	१००००	१००००००	१०.०००००००	४.६४१५८९

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१०१	१०२०१	१०३०३०१	१०.०४९८७५६	४.६५७०१०
१०२	१०४०४	१०६१२०८	१०.०९९५०४९	४.६७२३२९
१०३	१०६०९	१०९२७२७	१०.१४८८९१६	४.६८७५४८
१०४	१०८१६	११२४८६४	१०.१९८०३९०	४.७०२६६९
१०५	११०२५	११५७६२५	१०.२४६९५०८	४.७१७६९४
१०६	११२३६	११९१०१६	१०.२९५६३०१	४.७३२६२४
१०७	११४४९	१२२५०४३	१०.३४४०८०४	४.७४७४५९
१०८	११६६४	१२५९७१२	१०.३९२३०४८	४.७६२२०३
१०९	११८८१	१२९५०२९	१०.४४०३०६५	४.७७६८५६
११०	१२१००	१३३१०००	१०.४८८०८८५	४.७९१४२०
१११	१२३२१	१३६७६३१	१०.५३५६५३८	४.८०५८९६
११२	१२५४४	१४०४९२८	१०.५८३००५२	४.८२०२८४
११३	१२७६९	१४४२८९७	१०.६३०१४५८	४.८३४५८८
११४	१२९९६	१४८१५४४	१०.६७७०७८३	४.८४८८०८
११५	१३२२५	१५२०८७५	१०.७२३८०५३	४.८६२९४४
११६	१३४५६	१५६०८९६	१०.७७०३२९६	४.८७६९९९
११७	१३६८९	१६०१६१३	१०.८१६६५३८	४.८९०९७३
११८	१३९२४	१६४३०३२	१०.८६२७८०५	४.९०४८६८
११९	१४१६१	१६८५१५९	१०.९०८७१२१	४.९१८६८६
१२०	१४४००	१७२८०००	१०.९५४४५१२	४.९३२४२४
१२१	१४६४१	१७७१५६१	११.०००००००	४.९४६०८८
१२२	१४८८४	१८१५८४८	११.०४५३६१०	४.९५९६७५
१२३	१५१२९	१८६०८६७	११.०९०५३६५	४.९७३१९०
१२४	१५३७६	१९०६६२४	११.१३५५२८७	४.९८६६३१
१२५	१५६२५	१९५३१२५	११.१८०३३९९	५.००००००

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१२६	१५८७६	२०००३७६	११·२२४९७२२	५·०१३२९८
१२७	१६१२९	२०४८३८३	११·२६९४२७७	५·०२६५२६
१२८	१६३८४	२०९७१५२	११·३१३७०८५	५·०३९६८४
१२९	१६६४१	२१४६६८९	११·३५७८१६७	५·०५२७७४
१३०	१६९००	२१९७०००	११·४०१७५४३	५·०६५७९७
१३१	१७१६१	२२४८०९१	११·४४५५२३१	५·०७८७५३
१३२	१७४२४	२२९९९६८	११·४८९१२५३	५·०९१६४३
१३३	१७६८९	२३५२६३७	११·५३२५६२६	५·१०४४६९
१३४	१७९५६	२४०६१०४	११·५७५८३६९	५·११७२३०
१३५	१८२२५	२४६०३७५	११·६१८९५००	५·१२९९२८
१३६	१८४९६	२५१५४५६	११·६६१९०३८	५·१४२५६३
१३७	१८७६९	२५७१३५३	११·७०४६९९९	५·१५५१३७
१३८	१९०४४	२६२८०७२	११·७४७३४०४	५·१६७६४९
१३९	१९३२१	२६८५६१९	११·७८९८२६१	५·१८०१०१
१४०	१९६००	२७४४०००	११·८३२१५९६	५·१९२४९४
१४१	१९८८१	२८०३२२१	११·८७४३४२१	५·२०४८२८
१४२	२०१६४	२८६३२८८	११·९१६३७५३	५·२१७१०३
१४३	२०४४९	२९२४२०७	११·९५८२६०७	५·२२९३२१
१४४	२०७३६	२९८५९८४	१२·०००००००	५·२४१४८३
१४५	२१०२५	३०४८६२५	१२·०४१५९४६	५·२५३५८८
१४६	२१३१६	३११२१३६	१२·०८३०४६०	५·२६५६३७
१४७	२१६०९	३१७६५२३	१२·१२४३५५७	५·२७७६३२
१४८	२१९०४	३२४१७९२	१२·१६५५२५१	५·२८९५७२
१४९	२२२०१	३३०७९४९	१२·२०६५५५६	५·३०१४५९
१५०	२२५००	३३७५०००	१२·२४७४४८७	५·३१३२९३

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१५१	२२८०१	३४४२९५१	१२.२८८२०५७	५.३२५०७४
१५२	२३१०४	३५११८०८	१२.३२८८२८०	५.३३६८०३
१५३	२३४०९	३५८१५७७	१२.३६९३१६९	५.३४८४८१
१५४	२३७१६	३६५२२६४	१२.४०९६७३६	५.३६०१०८
१५५	२४०२५	३७२३८७५	१२.४४९८९९६	५.३७१६८५
१५६	२४३३६	३७९६४१६	१२.४८९९९६०	५.३८३२१३
१५७	२४६४९	३८६९८९३	१२.५२९९६४१	५.३९४६९१
१५८	२४९६४	३९४४३१२	१२.५६९८०५१	५.४०६१२०
१५९	२५२८१	४०१९६७९	१२.६०९५२०२	५.४१७५०१
१६०	२५६००	४०९६०००	१२.६४९११०६	५.४२८८३५
१६१	२५९२१	४१७३२८१	१२.६८८५७७५	५.४४०१२२
१६२	२६२४४	४२५१५२८	१२.७२७९२२१	५.४५१३६२
१६३	२६५६९	४३३०७४७	१२.७६७१४५३	५.४६२५५६
१६४	२६८९६	४४१०९४४	१२.८०६२४८५	५.४७३७०४
१६५	२७२२५	४४९२१२५	१२.८४५२३२६	५.४८४८०६
१६६	२७५५६	४५७४२९६	१२.८८४०९८७	५.४९५८६५
१६७	२७८८९	४६५७४६३	१२.९२२८४८०	५.५०६८७९
१६८	२८२२४	४७४१६३२	१२.९६१४८१४	५.५१७८४८
१६९	२८५६१	४८२६८०९	१३.०००००००	५.५२८७७५
१७०	२८९००	४९१३०००	१३.०३८४०४८	५.५३९६५८
१७१	२९२४१	५०००२११	१३.०७६६९६८	५.५५०४९९
१७२	२९५८४	५०८८४४८	१३.११४८७७०	५.५६१२९८
१७३	२९९२९	५१७७७१७	१३.१५२९४६४	५.५७२०५५
१७४	३०२७६	५२६८०२४	१३.१९०९०६०	५.५८२७७०
१७५	३०६२५	५३५९३७५	१३.२२८७५६६	५.५९३४४५

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१७६	३०९७६	५४५१७७६	१३·२६६४९९२	५·६०४०७९
१७७	३१३२९	५५४५२३३	१३·३०४१३४७	५·६१४६७३
१७८	३१६८४	५६३९७५२	१३·३४१६६४१	५·६२५२२६
१७९	३२०४१	५७३५३३९	१३·३७९०८८२	५·६३५७४१
१८०	३२४००	५८३२०००	१३·४१६४०७९	५·६४६२१६
१८१	३२७६१	५९२९७४१	१३·४५३६२४०	५·६५६६५२
१८२	३३१२४	६०२८५६८	१३·४९०७३७६	५·६६७०५१
१८३	३३४८९	६१२८४८७	१३·५२७७४९३	५·६७७४११
१८४	३३८५६	६२२९५०४	१३·५६४६६००	५·६८७७३४
१८५	३४२२५	६३३१६२५	१३·६०१४७०५	५·६९८०१९
१८६	३४५९६	६४३४८५६	१३·६३८१८१७	५·७०८२६७
१८७	३४९६९	६५३९२०३	१३·६७४७९४३	५·७१८४७९
१८८	३५३४४	६६४४६७२	१३·७११३०९२	५·७२८६५४
१८९	३५७२१	६७५१२६९	१३·७४७७२७१	५·७३८७९४
१९०	३६१००	६८५९०००	१३·७८४०४८८	५·७४८८९७
१९१	३६४८१	६९६७८७१	१३·८२०२७५०	५·७५८९६५
१९२	३६८६४	७०७७८८८	१३·८५६४०६५	५·७६८९९८
१९३	३७२४९	७१८९०५७	१३·८९२४४४०	५·७७८९९६
१९४	३७६३६	७३०१३८४	१३·९२८३८८३	५·७८८९६०
१९५	३८०२५	७४१४८७५	१३·९६४२४००	५·७९८८९०
१९६	३८४१६	७५२९५३६	१४·०००००००	५·८०८७८६
१९७	३८८०९	७६४५३७३	१४·०३५६६८८	५·८१८६४८
१९८	३९२०४	७७६२३९२	१४·०७१२४७३	५·८२८४७७
१९९	३९६०१	७८८०५९९	१४·१०६७३६०	५·८३८२७२
२००	४००००	८००००००	१४·१४२१३५६	५·८४८०३५

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
२०१	४०४०१	८१२०६०१	१४·१७७४४६९	५·८५७७६६
२०२	४०८०४	८२४२४०८	१४·२१२६७०४	५·८६७४६४
२०३	४१२०९	८३६५४२७	१४·२४७८०६८	५·८७७१३०
२०४	४१६१६	८४८९६६४	१४·२८२८५६९	५·८८६७६५
२०५	४२०२५	८६१५१२५	१४·३१७८२११	५·८९६३६८
२०६	४२४३६	८७४१८१६	१४·३५२७००१	५·९०५९४१
२०७	४२८४९	८८६९७४३	१४·३८७४९४६	५·९१५४८२
२०८	४३२६४	८९९८९१२	१४·४२२२०५१	५·९२४९९२
२०९	४३६८१	९१२९३२९	१४·४५६८३२३	५·९३४४७३
२१०	४४१००	९२६१०००	१४·४९१३७६७	५·९४३९२२
२११	४४५२१	९३९३९३१	१४·५२५८३९०	५·९५३३४२
२१२	४४९४४	९५२८१२८	१४·५६०२१९८	५·९६२७३१
२१३	४५३६९	९६६३५९७	१४·५९४५१९५	५·९७२०९१
२१४	४५७९६	९८००३४४	१४·६२८७३८८	५·९८१४२६
२१५	४६२२५	९९३८३७५	१४·६६२८७८३	५·९९०७२७
२१६	४६६५६	१००७७६९६	१४·६९६९३८५	६·००००००
२१७	४७०८९	१०२१८३१३	१४·७३०९१९९	६·००९२२४
२१८	४७५२४	१०३६०२३२	१४·७६४८२३१	६·०१८४६३
२१९	४७९६१	१०५०३४५९	१४·७९८६४८६	६·०२७६५०
२२०	४८४००	१०६४८०००	१४·८३२३९७०	६·०३६८११
२२१	४८८४१	१०७९३८६१	१४·८६६०६८७	६·०४५९४३
२२२	४९२८४	१०९४१०४८	१४·८९९६६४४	६·०५५०४८
२२३	४९७२९	११०८९५६७	१४·९३३१८४५	६·०६४१२६
२२४	५०१७६	११२३९४२४	१४·९६६६२९५	६·०७३१७८
२२५	५०६२५	११३९०६२५	१५·०००००००	६·०८२२०१

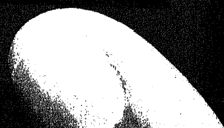
वर्ग, घन आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
२२६	५१०७६	११५४३१७६	१५·०३३२९६४	६·०९१२९९४
२२७	५१५२९	११६९७०८३	१५·०६६५१९२	६·१००१७०२
२२८	५१९८४	११८५२३५२	१५·०९९६६८९	६·१०९११४५
२२९	५२४४१	१२००८९८९	१५·१३२७४६०	६·११८०३३२
२३०	५२९००	१२१६७०००	१५·१६५७५०९	६·१२६९२५७
२३१	५३३६१	१२३२६३९१	१५·१९८६८४२	६·१३५७८३२
२३२	५३८२४	१२४८७१६८	१५·२३१५४६२	६·१४४६३३६
२३३	५४२८९	१२६४९३३७	१५·२६४३३७५	६·१५३४४९६
२३४	५४७५६	१२८१२९०४	१५·२९७०५८५	६·१६२२४०१
२३५	५५२२५	१२९७७८७५	१५·३२९७०९७	६·१७१००५८
२३६	५५६९६	१३१४४२५६	१५·३६२२९१५	६·१७९७४६७
२३७	५६१६९	१३३१२०५३	१५·३९४८०४३	६·१८८४६३०
२३८	५६६४४	१३४८१२७२	१५·४२७२४८६	६·१९७१५४३
२३९	५७१२१	१३६५१९१९	१५·४५९६२४८	६·२०५८२२२
२४०	५७६००	१३८२४०००	१५·४९१९३३४	६·२१४४६४९
२४१	५८०८१	१३९९७५२१	१५·५२४१७४७	६·२२३०८४२
२४२	५८५६४	१४१७२४८८	१५·५५६३४९२	६·२३१६७९६
२४३	५९०४९	१४३४८९०७	१५·५८८४५७३	६·२४०२५१३
२४४	५९५३६	१४५२६७८४	१५·६२०४९९४	६·२४८८०००
२४५	६००२५	१४७०६१२५	१५·६५२४७५८	६·२५७३२४८
२४६	६०५१६	१४८८६९३६	१५·६८४३८७१	६·२६५८२६६
२४७	६१००९	१५०६९२२३	१५·७१६२३३६	६·२७४३०५४
२४८	६१५०४	१५२५२९९२	१५·७४८०१५७	६·२८२७६१३
२४९	६२००१	१५४३८२४९	१५·७७९७३३८	६·२९११९४४
२५०	६२५००	१५६२५०००	१५·८११३८८३	६·२९९६०५३

२५२	६३५०४	१६००३००८	१५.८७४५०७९	६.३१६३५९६
२५३	६४००९	१६१९४२७७	१५.९०५९७३७	६.३२४७०३५
२५४	६४५१६	१६३८७०६४	१५.९३७३७७५	६.३३३०२१३
२५५	६५०२५	१६५८१३७५	१५.९६८७१९४	६.३४१३२५७
२५६	६५५३६	१६७७७२१६	१६.०००००००	६.३४९६०४२
२५७	६६०४९	१६९७४५९३	१६.०३१२१९५	६.३५७८५५७
२५८	६६५६४	१७१७३५१२	१६.०६२३७८४	६.३६६०७७६
२५९	६७०८१	१७३७३९७९	१६.०९३४७६९	६.३७४२६११
२६०	६७६००	१७५७६०००	१६.१२४५१५५	६.३८२५०४३
२६१	६८१२१	१७७७९५८१	१६.१५५४९४४	६.३९०६७६५
२६२	६८६४४	१७९८४७२८	१६.१८६४१४१	६.३९८८२६१
२६३	६९१६९	१८१९१४४७	१६.२१७२७४७	६.४०६९५८५
२६४	६९६९६	१८३९९७४४	१६.२४८०७६८	६.४१५०६३७
२६५	७०२२५	१८६०९६२५	१६.२७८८२०६	६.४२३१५१९
२६६	७०७५६	१८८२१०९६	१६.३०९५०६४	६.४३१२२७६
२६७	७१२८९	१९०३४१६३	१६.३४०१३४६	६.४३९२७६७
२६८	७१८२४	१९२४८८३२	१६.३७०७०५५	६.४४७३०५७
२६९	७२३६१	१९४६५१०९	१६.४०१२१९५	६.४५५३१४८
२७०	७२९००	१९६८३०००	१६.४३१६७६७	६.४६३३०४१
२७१	७३४४१	१९९०२५११	१६.४६२०७७६	६.४७१२७३६
२७२	७३९८४	२०१२३६४८	१६.४९२४२२५	६.४७९२२३६
२७३	७४५२९	२०३४६४१७	१६.५२२७११६	६.४८७१५४१
२७४	७५०७६	२०५७०८२४	१६.५५२९४५४	६.४९५०६५३
२७५	७५६२५	२०७९६८७५	१६.५८३१२४०	६.५०२९५७२







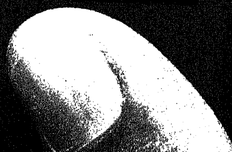
२७८	७७२८४	२१४८४९५२	१६.६७३३३२०	६.५२६५१९८
२७९	७७८४१	२१७१७६३९	१६.७०३२९३१	६.५३४३३५
२८०	७८४००	२१९५२०००	१६.७३३२००५	६.५४२१३२
२८१	७८९६१	२२१८८०४१	१६.७६३०५४६	६.५४९९१२
२८२	७९५२४	२२४२५७६८	१६.७९२८५५६	६.५५७६७२
२८३	८००८९	२२६६५१८७	१६.८२२६०३८	६.५६५४१५
२८४	८०६५६	२२९०६३०४	१६.८५२२९९५	६.५७३१३८
२८५	८१२२५	२३१४९१२५	१६.८८१९४३०	६.५८०८४४
२८६	८१७९६	२३३९३६५६	१६.९११५३४५	६.५८८५३२
२८७	८२३६९	२३६३९९०३	१६.९४१०७४३	६.५९६२०२
२८८	८२९४४	२३८८७८७२	१६.९७०५६२७	६.६०३८५४
२८९	८३५२१	२४१३७५६९	१७.००००००००	६.६११४८९
२९०	८४१००	२४३८९०००	१७.०२९३८६४	६.६१९१०६
२९१	८४६८१	२४६४२१७१	१७.०५८७२२१	६.६२६७०५
२९२	८५२६४	२४८९७०८८	१७.०८८००७५	६.६३४२८७
२९३	८५८४९	२५१५३७५७	१७.११७२४२८	६.६४१८५२
२९४	८६४३६	२५४१२१८४	१७.१४६४२८२	६.६४९३९९
२९५	८७०२५	२५६७२३७५	१७.१७५५६४०	६.६५६९३०
२९६	८७६१६	२५९३४३३६	१७.२०४६५०५	६.६६४४४४
२९७	८८२०९	२६१९८०७३	१७.२३३६८७९	६.६७१९४०
२९८	८८८०४	२६४६३५९२	१७.२६२६७६५	६.६७९४२०
२९९	८९४०१	२६७३०८९९	१७.२९१६१६५	६.६८६८८३
३००	९००००	२७००००००	१७.३२०५०८१	६.६९४३२९

३०२	९१२०४	२७५४३६०८	१७.३७८१४७२०	६.७०९१७३
३०३	९१८०९	२७८१८१२७	१७.४०६८९५२०	६.७१६५७०
३०४	९२४१६	२८०९४४६४	१७.४३५५९५७७	६.७२३९५१
३०५	९३०२५	२८३७२६२५	१७.४६४२४९२०	६.७३१३१६
३०६	९३६३६	२८६५२६१६	१७.४९२८५५६८	६.७३८६६४
३०७	९४२४९	२८९३४४४३	१७.५२१४१५४७	६.७४५९९७
३०८	९४८६४	२९२१८११२	१७.५४९९२८७७	६.७५३३१३
३०९	९५४८१	२९५०३६२९	१७.५७८३९५८३	६.७६०६१४
३१०	९६१००	२९७९१०००	१७.६०६८१६८६	६.७६७८९९
३११	९६७२१	३००८०२३१	१७.६३५१९२०९	६.७७५१६९
३१२	९७३४४	३०३७१३२८	१७.६६३५२१७३	६.७८२४२३
३१३	९७९६९	३०६६४२९७	१७.६९१८०६०१	६.७८९६६१
३१४	९८५९६	३०९५९१४४	१७.७२००४५१५	६.७९६८८४
३१५	९९२२५	३१२५५८७५	१७.७४८२३९३५	६.८०४०९२
३१६	९९८५६	३१५५४४९६	१७.७७६३८८८३	६.८११२८४
३१७	१००४८९	३१८५५०१३	१७.८०४४९३८१	६.८१८४६२
३१८	१०११२४	३२१५७४३२	१७.८३२५५४५०	६.८२५६२४
३१९	१०१७६१	३२४६१७५९	१७.८६०५७११०	६.८३२७७१
३२०	१०२४००	३२७६८०००	१७.८८८५४३८२	६.८३९९०४
३२१	१०३०४१	३३०७६१६१	१७.९१६४७२८७	६.८४७०२२
३२२	१०३६८४	३३३८६२४८	१७.९४४३५८४४	६.८५४१२४
३२३	१०४३२९	३३६९८२६७	१७.९७२२००७६	६.८६१२१२
३२४	१०४९७६	३४०१२२२४	१८.००००००००	६.८६८२८५
३२५	१०५६२५	३४३२८१२५	१८.०२७७५६३८	६.८७५३४४









३२७	१०६९२९	३४९६५७८३	१८.०८३१४१३	६.८८९४२९
३२८	१०७५८४	३५२८७५५२	१८.११०७७०३	६.८९६४३५
३२९	१०८२४१	३५६११२८९	१८.१३८३५७१	६.९०३४३६
३३०	१०८९००	३५९३७०००	१८.१६५९०२१	६.९१०४२३
३३१	१०९५६१	३६२६४६९१	१८.१९३४०५४	६.९१७३९६
३३२	११०२२४	३६५९४३६८	१८.२२०८६७२	६.९२४३५५
३३३	११०८८९	३६९२६०३७	१८.२४८२८७६	६.९३१३००
३३४	१११५५६	३७२५९७०४	१८.२७५६६६९	६.९३८२३२
३३५	११२२२५	३७५९५३७५	१८.३०३००५२	६.९४५१४९
३३६	११२८९६	३७९३३०५६	१८.३३०३०२८	६.९५२०५३
३३७	११३५६९	३८२७२७५३	१८.३५७५५९८	६.९५८९४३
३३८	११४२४४	३८६१४४७२	१८.३८४७७६३	६.९६५८१९
३३९	११४९२१	३८९५८२१९	१८.४११९५२६	६.९७२६८३
३४०	११५६००	३९३०४०००	१८.४३९०८८९	६.९७९५३२
३४१	११६२८१	३९६५१८२१	१८.४६६१८५३	६.९८६३६८
३४२	११६९६४	४०००१६८८	१८.४९३२४२०	६.९९३१९१
३४३	११७६४९	४०३५३६०७	१८.५२०२५९२	७.००००००
३४४	११८३३६	४०७०७५८४	१८.५४७२३७०	७.००६७९६
३४५	११९०२५	४१०६३६२५	१८.५७४१७५६	७.०१३५७९
३४६	११९७१६	४१४२१७३६	१८.६०१०७५२	७.०२०३४९
३४७	१२०४०९	४१७८१९२३	१८.६२७९३६०	७.०२७१०६
३४८	१२११०४	४२१४४१९२	१८.६५४७५८१	७.०३३८५०
३४९	१२१८०१	४२५०८५४९	१८.६८१५४१७	७.०४०५८१
३५०	१२२५००	४२८७५०००	१८.७०८२८६९	७.०४७३०८

वर्ग, घन, आणिमूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
३५१	१२३२०१	४३२४३५५१	१८·७३४९९४०	७·०५४००६
३५२	१२३९०४	४३६१४२०८	१८·७६१६६३०	७·०६०६९७
३५३	१२४६०९	४३९८६९७७	१८·७८८२९४२	७·०६७३७६
३५४	१२५३१६	४४३६१८६४	१८·८१४८८७७	७·०७४०४३
३५५	१२६०२५	४४७३८८७५	१८·८४१४४३७	७·०८०६९८
३५६	१२६७३६	४५११८०१६	१८·८६७९६२३	७·०८७३४१
३५७	१२७४४९	४५४९९२९३	१८·८९४४४३६	७·०९३९७०
३५८	१२८१६४	४५८८२७१२	१८·९२०८८७९	७·१००५८८
३५९	१२८८८१	४६२६८२७९	१८·९४७२९५३	७·१०७१९३
३६०	१२९६००	४६६५६०००	१८·९७३६६६०	७·११३७८६
३६१	१३०३२१	४७०४५८८१	१९·०००००००	७·१२०३६७
३६२	१३१०४४	४७४३७९२८	१९·०२६२९७६	७·१२६९३६
३६३	१३१७६९	४७८३२१४७	१९·०५२५५८९	७·१३३४९२
३६४	१३२४९६	४८२२८५४४	१९·०७८७८४०	७·१४००३७
३६५	१३३२२५	४८६२७१२५	१९·१०४९७३२	७·१४६५६९
३६६	१३३९५६	४९०२७८९६	१९·१३११२६५	७·१५३०९०
३६७	१३४६८९	४९४३०८६३	१९·१५७२४४१	७·१५९५९९
३६८	१३५४२४	४९८३६०३२	१९·१८३३२६१	७·१६६०९५
३६९	१३६१६१	५०२४३४०९	१९·२०९३७२७	७·१७२५८०
३७०	१३६९००	५०६५३०००	१९·२३५३८४१	७·१७९०५४
३७१	१३७६४१	५१०६४८११	१९·२६१३६०३	७·१८५५१६
३७२	१३८३८४	५१४७८८४८	१९·२८७३०१५	७·१९१९६६
३७३	१३९१२९	५१८९५११७	१९·३१३२०७९	७·१९८४०५
३७४	१३९८७६	५२३१३६२४	१९·३३९०७९६	७·२०४८३२
३७५	१४०६२५	५२७३४३७५	१९·३६४९१६७	७·२११२४८

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
३७६	१४१३७६	५३१५७३७६	१९·३९०७१९४	७·२१७६५२
३७७	१४२१२९	५३५८२६३३	१९·४१६४८७८	७·२२४०४४
३७८	१४२८८४	५४०१०१५२	१९·४४२२२२१	७·२३०४२६
३७९	१४३६४१	५४४३९९३९	१९·४६७९२३३	७·२३६७९७
३८०	१४४४००	५४८७२०००	१९·४९३५८९७	७·२४३१५६
३८१	१४५१६१	५५३०६३४१	१९·५१९२२१३	७·२४९५०४
३८२	१४५९२४	५५७४२९६८	१९·५४४८२०३	७·२५५८४१
३८३	१४६६८९	५६१८१८८७	१९·५७०३८५८	७·२६२१६७
३८४	१४७४५६	५६६२३१०४	१९·५९५९१७९	७·२६८४८२
३८५	१४८२२५	५७०६६६२५	१९·६२१४१६९	७·२७४७८६
३८६	१४८९९६	५७५१२४५६	१९·६४६८८२७	७·२८१०७९
३८७	१४९७६९	५७९६०६०३	१९·६७२३१५६	७·२८७३६२
३८८	१५०५४४	५८४११०७२	१९·६९७७१५६	७·२९३६३३
३८९	१५१३२१	५८८६३८६९	१९·७२३०८२९	७·२९९८९४
३९०	१५२१००	५९३१९०००	१९·७४८४१७७	७·३०६१४४
३९१	१५२८८१	५९७७६४७१	१९·७७३७१९९	७·३१२३८३
३९२	१५३६६४	६०२३६२८८	१९·७९८९८९९	७·३१८६११
३९३	१५४४४९	६०६९८४५७	१९·८२४२२७६	७·३२४८२९
३९४	१५५२३६	६११६२९८४	१९·८४९४३३२	७·३३१०३७
३९५	१५६०२५	६१६२९८७५	१९·८७४६०६९	७·३३७२३४
३९६	१५६८१६	६२०९९१३६	१९·८९९७४८७	७·३४३४२०
३९७	१५७६०९	६२५७०७७३	१९·९२४८५८८	७·३४९५९७
३९८	१५८४०४	६३०४४७९२	१९·९४९९३७३	७·३५५७६२
३९९	१५९२०१	६३५२११९९	१९·९७४९८४४	७·३६१९१८
४००	१६००००	६४००००००	२०·०००००००	७·३६८०६३

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
४०१	१६०८०१	६४४८१२०१	२०.०२४९८४४	७.३७४१९८
४०२	१६१६०४	६४९६४८०८	२०.०४९९३७७	७.३८०३२२
४०३	१६२४०९	६५४५०८२७	२०.०७४८५९९	७.३८६४३७
४०४	१६३२१६	६५९३९२६४	२०.०९९७५१२	७.३९२५४२
४०५	१६४०२५	६६४३०१२५	२०.१२४६११८	७.३९८६३६
४०६	१६४८३६	६६९२३४१६	२०.१४९४४१७	७.४०४७२०
४०७	१६५६४९	६७४१९१४३	२०.१७४२४१०	७.४१०७९५
४०८	१६६४६४	६७९१७३१२	२०.१९९००९९	७.४१६८५९
४०९	१६७२८१	६८४१७९२९	२०.२२३७४८४	७.४२२९१४
४१०	१६८१००	६८९२१०००	२०.२४८४५६७	७.४२८९५९
४११	१६८९२१	६९४२६५३१	२०.२७३१३४९	७.४३४९९४
४१२	१६९७४४	६९९३४५२८	२०.२९७७८३१	७.४४१०१९
४१३	१७०५६९	७०४४४९९७	२०.३२२४०१४	७.४४७०३४
४१४	१७१३९६	७०९५७९४४	२०.३४६९८९९	७.४५३०४०
४१५	१७२२२५	७१४७३३७५	२०.३७१५४८८	७.४५९०३६
४१६	१७३०५६	७१९९१२९६	२०.३९६०७८१	७.४६५०२२
४१७	१७३८८९	७२५११७१३	२०.४२०५७७९	७.४७०९९९
४१८	१७४७२४	७३०३४६३२	२०.४४५०४८३	७.४७६९६६
४१९	१७५५६१	७३५६००५९	२०.४६९४८९५	७.४८२९२४
४२०	१७६४००	७४०८८०००	२०.४९३९०१५	७.४८८८७२
४२१	१७७२४१	७४६१८४६१	२०.५१८२८४५	७.४९४८११
४२२	१७८०८४	७५१५१४४८	२०.५४२६३८६	७.५००७४१
४२३	१७८९२९	७५६८६९६७	२०.५६६९६३८	७.५०६६६१
४२४	१७९७७६	७६२२५०२४	२०.५९१२६०३	७.५१२५७१
४२५	१८०६२५	७६७६५६२५	२०.६१५५२८१	७.५१८४७३

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
४२६	१८१४७६	७७३०८७७६	२०·६३९७६७४	७·५२४३६५
४२७	१८२३२९	७७८५४४८३	२०·६६३९७८३	७·५३०२४८
४२८	१८३१८४	७८४०२७५२	२०·६८८१६०९	७·५३६१२१
४२९	१८४०४१	७८९५३५८९	२०·७१२३१५२	७·५४१९८६
४३०	१८४९००	७९५०७०००	२०·७३६४४१४	७·५४७८४२
४३१	१८५७६१	८००६२९९१	२०·७६०५३९५	७·५५३६८८
४३२	१८६६२४	८०६२१५६८	२०·७८४६०९७	७·५५९५२६
४३३	१८७४८९	८११८२७३७	२०·८०८६५२०	७·५६५३५५
४३४	१८८३५६	८१७४६५०४	२०·८३२६६६७	७·५७११७४
४३५	१८९२२५	८२३१२८७५	२०·८५६६५३६	७·५७६९८५
४३६	१९००९६	८२८८१८५६	२०·८८०६१३०	७·५८२७८६
४३७	१९०९६९	८३४५३४५३	२०·९०४५४५०	७·५८८५७९
४३८	१९१८४४	८४०२७६७२	२०·९२८४४९५	७·५९४३६३
४३९	१९२७२१	८४६०४५१९	२०·९५२३२६८	७·६००१३८
४४०	१९३६००	८५१८४०००	२०·९७६१७७०	७·६०५९०५
४४१	१९४४८१	८५७६६१२१	२१·००००००००	७·६११६६३
४४२	१९५३६४	८६३५०८८८	२१·०२३७९६०	७·६१७४१२
४४३	१९६२४९	८६९३८३०७	२१·०४७५६५२	७·६२३१५२
४४४	१९७१३६	८७५२८३८४	२१·०७१३०७५	७·६२८८८४
४४५	१९८०२५	८८१२११२५	२१·०९५०२३१	७·६३४६०७
४४६	१९८९१६	८८७१६५३६	२१·११८७१२१	७·६४०३२१
४४७	१९९८०९	८९३१४६२३	२१·१४२३७४५	७·६४६०२७
४४८	२००७०४	८९९१५३९२	२१·१६६०१०५	७·६५१७२५
४४९	२०१६०१	९०५१८८४९	२१·१८९६२०१	७·६५७४१४
४५०	२०२५००	९११२५०००	२१·२१३२०३४	७·६६३०९४

४५२	२०४३०४	[illegible]	[illegible]	[illegible]
४५३	२०५२०९	९२९५९६७७	२१·२८३७९६७	७·६८००८८
४५४	२०६११६	९३५७६६६४	२१·३०७२७५८	७·६८५७३३
४५५	२०७०२५	९४१९६३७५	२१·३३०७२९०	७·६९१३७५२
४५६	२०७९३६	९४८१८८१६	२१·३५४१५६५	७·६९७००२
४५७	२०८८४९	९५४४३९९३	२१·३७७५५८३	७·७०२६२५
४५८	२०९७६४	९६०७१९१२	२१·४००९३४५	७·७०८२३८
४५९	२१०६८१	९६७०२५७९	२१·४२४२८५३	७·७१३८४४
४६०	२११६००	९७३३६०००	२१·४४७६१०६	७·७१९४४२
४६१	२१२५२१	९७९७२१८१	२१·४७०९१०६	७·७२५०३२
४६२	२१३४४४	९८६१११२८	२१·४९४१८५३	७·७३०६१४
४६३	२१४३६९	९९२५२८४७	२१·५१७४३४८	७·७३६१८८
४६४	२१५२९६	९९८९७३४४	२१·५४०६५९२	७·७४१७५३
४६५	२१६२२५	१००५४४६२५	२१·५६३८५८७	७·७४७३११
४६६	२१७१५६	१०११९४६९६	२१·५८७०३३१	७·७५२८६१
४६७	२१८०८९	१०१८४७५६३	२१·६१०१८२८	७·७५८४०२
४६८	२१९०२४	१०२५०३२३२	२१·६३३३०७७	७·७६३९३६
४६९	२१९९६१	१०३१६१७०९	२१·६५६४०७८	७·७६९४६२
४७०	२२०९००	१०३८२३०००	२१·६७९४८३४	७·७७४९८०
४७१	२२१८४१	१०४४८७१११	२१·७०२५३४४	७·७८०४९०
४७२	२२२७८४	१०५१५४०४८	२१·७२५५६१०	७·७८५९९३
४७३	२२३७२९	१०५८२३८१७	२१·७४८५६३२	७·७९१४८७
४७४	२२४६७६	१०६४९६४२४	२१·७७१५४११	७·७९६९७४
४७५	२२५६२५	१०७१७१८७५	२१·७९४४९४७	७·८०२४५४

ବର୍ଗ, ଘନ, ଆଦି ମୂଳ.

ସଂଖ୍ୟା	ବର୍ଗ	ଘନ	ବର୍ଗମୂଳ	ଘନମୂଳ
୪୭୬	୨୨୬୫୭୬	୧୦୭୮୫୦୧୭୬	୨୧·୮୧୭୪୨୪୨	୭·୮୦୭୯୨୫
୪୭୭	୨୨୭୫୨୯	୧୦୮୫୩୧୩୩୩	୨୧·୮୪୦୩୨୯୭	୭·୮୧୩୩୮୯
୪୭୮	୨୨୮୪୮୪	୧୦୯୨୧୫୩୫୨	୨୧·୮୬୩୨୧୧୧	୭·୮୧୮୮୪୬
୪୭୯	୨୨୯୪୪୧	୧୦୯୯୦୨୨୩୯	୨୧·୮୮୬୦୬୮୬	୭·୮୨୪୨୯୪
୪୮୦	୨୩୦୪୦୦	୧୧୦୫୯୨୦୦୦	୨୧·୯୦୮୯୦୨୩	୭·୮୨୯୭୩୫
୪୮୧	୨୩୧୩୬୧	୧୧୧୨୮୪୬୪୧	୨୧·୯୩୧୭୧୨୨	୭·୮୩୪୯୬୯
୪୮୨	୨୩୨୩୨୪	୧୧୧୯୮୦୧୬୮	୨୧·୯୫୪୪୯୮୪	୭·୮୪୦୫୯୫
୪୮୩	୨୩୩୨୮୯	୧୧୨୬୭୮୫୮୭	୨୧·୯୭୭୨୬୧୦	୭·୮୪୬୦୧୩
୪୮୪	୨୩୪୨୫୬	୧୧୩୩୭୯୯୦୪	୨୨·୦୦୦୦୦୦୦	୭·୮୫୧୪୨୪
୪୮୫	୨୩୫୨୨୫	୧୧୪୦୮୪୧୨୫	୨୨·୦୨୨୭୧୫୫	୭·୮୫୬୮୨୮
୪୮୬	୨୩୬୧୯୬	୧୧୪୭୯୧୨୫୬	୨୨·୦୪୫୪୦୭୭	୭·୮୬୨୨୨୪
୪୮୭	୨୩୭୧୬୯	୧୧୫୫୦୧୩୦୩	୨୨·୦୬୮୦୭୬୫	୭·୮୬୭୬୧୩
୪୮୮	୨୩୮୧୪୪	୧୧୬୨୧୪୨୭୨	୨୨·୦୯୦୭୨୨୦	୭·୮୭୨୯୯୪
୪୮୯	୨୩୯୧୨୧	୧୧୬୯୩୦୧୬୯	୨୨·୧୧୩୩୪୪୪	୭·୮୭୮୩୬୮
୪୯୦	୨୪୦୧୦୦	୧୧୭୬୪୯୦୦୦	୨୨·୧୩୫୯୪୩୬	୭·୮୮୩୭୩୫
୪୯୧	୨୪୧୦୮୧	୧୧୮୩୭୦୭୭୧	୨୨·୧୫୮୫୧୯୮	୭·୮୮୯୦୯୫
୪୯୨	୨୪୨୦୬୪	୧୧୯୦୯୫୪୮୮	୨୨·୧୮୧୦୭୩୦	୭·୮୯୪୪୪୭
୪୯୩	୨୪୩୦୪୯	୧୧୯୮୨୩୧୫୭	୨୨·୨୦୩୬୦୩୩	୭·୮୯୯୭୯୨
୪୯୪	୨୪୪୦୩୬	୧୨୦୫୫୩୭୮୪	୨୨·୨୨୬୧୧୦୮	୭·୯୦୫୧୨୯
୪୯୫	୨୪୫୦୨୫	୧୨୧୨୮୭୩୭୫	୨୨·୨୪୮୫୯୫୫	୭·୯୧୦୪୬୦
୪୯୬	୨୪୬୦୧୬	୧୨୨୦୨୩୯୩୬	୨୨·୨୭୧୦୫୭୫	୭·୯୧୫୭୮୩
୪୯୭	୨୪୭୦୦୯	୧୨୨୭୬୩୪୭୩	୨୨·୨୯୩୪୯୬୮	୭·୯୨୧୧୦୦
୪୯୮	୨୪୮୦୦୪	୧୨୩୫୦୫୯୯୨	୨୨·୩୧୫୯୧୩୬	୭·୯୨୬୪୦୮
୪୯୯	୨୪୯୦୦୧	୧୨୪୨୫୧୪୯୯	୨୨·୩୩୮୩୦୭୯	୭·୯୩୧୭୧୦
୫୦୦	୨୫୦୦୦୦	୧୨୫୦୦୦୦୦୦	୨୨·୩୬୦୬୭୯୮	୭·୯୩୭୦୦୫

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ.
५०१	२५१००१	१२५७५१५०१	२२·३८३०२९३	७·९४२२९३
५०२	२५२००४	१२६५०६००८	२२·४०५३५६५	७·९४७५७४
५०३	२५३००९	१२७२६३५२७	२२·४२७६६१५	७·९५२८४८
५०४	२५४०१६	१२८०२४०६४	२२·४४९९४४३	७·९५८१४१
५०५	२५५०२५	१२८७८७६२५	२२·४७२२०५१	७·९६३३५४
५०६	२५६०३६	१२९५५४२१६	२२·४९४४४३८	७·९६८६२७
५०७	२५७०४९	१३०३२३८४३	२२·५१६६६०५	७·९७३८७३
५०८	२५८०६४	१३१०९६५१२	२२·५३८८५५३	७·९७९११२
५०९	२५९०८१	१३१८७२२२९	२२·५६१०२८३	७·९८४३४४
५१०	२६०१००	१३२६५१०००	२२·५८३१७९६	७·९८९५७०
५११	२६११२१	१३३४३२८३१	२२·६०५३०९१	७·९९४७८८
५१२	२६२१४४	१३४२१७७२८	२२·६२७४१७०	८·००००००
५१३	२६३१६९	१३५००५६९७	२२·६४९५०३३	८·००५२०५
५१४	२६४१९६	१३५७९६७४४	२२·६७१५६८१	८·०१०४०३
५१५	२६५२२५	१३६५९०८७५	२२·६९३६११४	८·०१५५९५
५१६	२६६२५६	१३७३८८०९६	२२·७१५६३३४	८·०२०७७९
५१७	२६७२८९	१३८१८८४१३	२२·७३७६३४०	८·०२५९५७
५१८	२६८३२४	१३८९९१८३२	२२·७५९६१३४	८·०३११२९
५१९	२६९३६१	१३९७९८३५९	२२·७८१५७१५	८·०३६२९३
५२०	२७०४००	१४०६०८०००	२२·८०३५०८५	८·०४१४५१
५२१	२७१४४१	१४१४२०७६१	२२·८२५४२४४	८·०४६६०३
५२२	२७२४८४	१४२२३६६४८	२२·८४७३१९३	८·०५१७४८
५२३	२७३५२९	१४३०५५६६७	२२·८६९१९३३	८·०५६८८६
५२४	२७४५७६	१४३८७७८२४	२२·८९१०४६३	८·०६२०१८
५२५	२७५६२५	१४४७०३१२५	२२·९१२८७८५	८·०६७१४३

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
५२६	२७६६७६	१४५५३१५७६	२२·९३४६८९९	८·०७२२६२
५२७	२७७७२९	१४६३६३१८३	२२·९५६४८०६	८·०७७३०४
५२८	२७८७८४	१४७१९७९५२	२२·९७८२५०६	८·०८२४८०
५२९	२७९८४१	१४८०३५८८९	२३·०००००००	८·०८७५७९
५३०	२८०९००	१४८८७७०००	२३·०२१७२८९	८·०९२६७२
५३१	२८१९६१	१४९७२१२९१	२३·०४३४३७२	८·०९७७५९
५३२	२८३०२४	१५०५६८७६८	२३·०६५१२५२	८·१०२८३९
५३३	२८४०८९	१५१४१९४३७	२३·०८६७९२८	८·१०७९१३
५३४	२८५१५६	१५२२७३३०४	२३·१०८४४००	८·११२९८०
५३५	२८६२२५	१५३१३०३७५	२३·१३००६७०	८·११८०४१
५३६	२८७२९६	१५३९९०६५६	२३·१५१६७३८	८·१२३०९६
५३७	२८८३६९	१५४८५४१५३	२३·१७३२६०५	८·१२८१४५
५३८	२८९४४४	१५५७२०८७२	२३·१९४८२७०	८·१३३१८७
५३९	२९०५२१	१५६५९०८१९	२३·२१६३७३५	८·१३८२२३
५४०	२९१६००	१५७४६४०००	२३·२३७९००१	८·१४३२५३
५४१	२९२६८१	१५८३४०४२१	२३·२५९४०६७	८·१४८२७६
५४२	२९३७६४	१५९२२००८८	२३·२८०८९३५	८·१५३२९४
५४३	२९४८४९	१६०१०३००७	२३·३०२३६०४	८·१५८३०५
५४४	२९५९३६	१६०९८९१८४	२३·३२३८०७६	८·१६३३१०
५४५	२९७०२५	१६१८७८६२५	२३·३४५२३५१	८·१६८३०९
५४६	२९८११६	१६२७७१३३६	२३·३६६६४२९	८·१७३३०२
५४७	२९९२०९	१६३६६७३२३	२३·३८८०३११	८·१७८२८९
५४८	३००३०४	१६४५६६५९२	२३·४०९३९९८	८·१८३२६९
५४९	३०१४०१	१६५४६९१४९	२३·४३०७४९०	८·१८८२४४
५५०	३०२५००	१६६३७५०००	२३·४५२०७८८	८·१९३२ १३

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
५५१	३०३६०१	१६७२८४१५१	२३·४७३३८९२	८·१९८१७५
५५२	३०४७०४	१६८१९६६०८	२३·४९४६८०२	८·२०३१३२
५५३	३०५८०९	१६९११२३७७	२३·५१५९५२०	८·२०८०८२
५५४	३०६९१६	१७००३१४६४	२३·५३७२०४६	८·२१३०२७
५५५	३०८०२५	१७०९५३८७५	२३·५५८४३८०	८·२१७९६६
५५६	३०९१३६	१७१८७९६१६	२३·५७९६५२२	८·२२२८९८
५५७	३१०२४९	१७२८०८६९३	२३·६००८४७४	८·२२७८२५
५५८	३११३६४	१७३७४१११२	२३·६२२०२३६	८·२३२७४६
५५९	३१२४८१	१७४६७६८७९	२३·६४३१८०८	८·२३७६६१
५६०	३१३६००	१७५६१६०००	२३·६६४३१९१	८·२४२५७१
५६१	३१४७२१	१७६५५८४८१	२३·६८५४३८६	८·२४७४७४
५६२	३१५८४४	१७७५०४३२८	२३·७०६५३९२	८·२५२३७१
५६३	३१६९६९	१७८४५३५४७	२३·७२७६२१०	८·२५७२६३
५६४	३१८०९६	१७९४०६१४४	२३·७४८६८४२	८·२६२१४९
५६५	३१९२२५	१८०३६२१२५	२३·७६९७२९६	८·२६७०२९
५६६	३२०३५६	१८१३२१४९६	२३·७९०७५४५	८·२७१९०४
५६७	३२१४८९	१८२२८४२६३	२३·८११७६१८	८·२७६७७३
५६८	३२२६२४	१८३२५०४३२	२३·८३२७५०६	८·२८१६३५
५६९	३२३७६१	१८४२२०००९	२३·८५३७२०९	८·२८६४९३
५७०	३२४९००	१८५१९३०००	२३·८७४६७२८	८·२९१३४४
५७१	३२६०४१	१८६१६९४११	२३·८९५६०६३	८·२९६१९०
५७२	३२७१८४	१८७१४९२४८	२३·९१६५२१५	८·३०१०३०
५७३	३२८३२९	१८८१३२५१७	२३·९३७४१८४	८·३०५८६४
५७४	३२९४७६	१८९११९२२४	२३·९५८२९७१	८·३१०६९४
५७५	३३०६२५	१९०१०९३७५	२३·९७९१५७६	८·३१५५१७

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
५७६	३३१७७६	१९११०२९७६	२४.००००००००	८.३२०३३५
५७७	३३२९२९	१९२१०००३३	२४.०२०८२४३	८.३२५१४१
५७८	३३४०८४	१९३१००५५२	२४.०४१६३०६	८.३२९९४४
५७९	३३५२४१	१९४१०४५३९	२४.०६२४१८८	८.३३४७४४
५८०	३३६४००	१९५११२०००	२४.०८३१८९१	८.३३९५४१
५८१	३३७५६१	१९६१२२९४१	२४.१०३९४१६	८.३४४३४१
५८२	३३८७२४	१९७१३७३६८	२४.१२४६७६२	८.३४९१२६
५८३	३३९८८९	१९८१५५२८७	२४.१४५३९२८	८.३५३९०५
५८४	३४१०५६	१९९१७६७०४	२४.१६६०९१८	८.३५८६७८
५८५	३४२२२५	२००२०१६२५	२४.१८६७७३२	८.३६३४४६
५८६	३४३३९६	२०१२३००५६	२४.२०७४३७३	८.३६८२०८
५८७	३४४५६९	२०२२६२००३	२४.२२८०८३८	८.३७२९६७
५८८	३४५७४४	२०३२९७४७२	२४.२४८७११३	८.३७७७१९
५८९	३४६९२१	२०४३३६४६९	२४.२६९३२२२	८.३८२४६५
५९०	३४८१००	२०५३७९०००	२४.२८९९१५६	८.३८७२०६
५९१	३४९२८१	२०६४२५०७१	२४.३१०४९१६	८.३९१९४२
५९२	३५०४६४	२०७४७४६८८	२४.३३१०५०१	८.३९६६७३
५९३	३५१६४९	२०८५२७८५७	२४.३५१५९१३	८.४०१३९९
५९४	३५२८३६	२०९५८४५८४	२४.३७२११५२	८.४०६११९
५९५	३५४०२५	२१०६४४८७५	२४.३९२६२१८	८.४१०८३३
५९६	३५५२१६	२११७०८७३६	२४.४१३११११	८.४१५५४२
५९७	३५६४०९	२१२७७६१७३	२४.४३३५८३४	८.४२०२४६
५९८	३५७६०४	२१३८४७१९२	२४.४५४०३८५	८.४२४९४५
५९९	३५८८०१	२१४९२१७९९	२४.४७४४७६५	८.४२९६३८
६००	३६००००	२१६००००००	२४.४९४८९७४	८.४३४३२७

वर्ग, घन, आणिमूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
६०१	३६१२०१	२१७०८१८०१	२४·५१५३०१३	८·४३९०१०
६०२	३६२४०४	२१८१६७२०८	२४·५३५६८८३	८·४४३६८८
६०३	३६३६०९	२१९२५६२२७	२४·५५६०५८३	८·४४८३६०
६०४	३६४८१६	२२०३४८८६४	२४·५७६४११५	८·४५८०२८
६०५	३६६०२५	२२१४४५१२५	२४·५९६७४७८	८·४५७६९१
६०६	३६७२३६	२२२५४५०१६	२४·६१७०६७३	८·४६२३४८
६०७	३६८४४९	२२३६४८५४३	२४·६३७३७००	८·४६७०००
६०८	३६९६६४	२२४७५५७१२	२४·६५७६५६०	८·४७१६४७
६०९	३७०८८१	२२५८६६५२९	२४·६७७९२५४	८·४७६२८९
६१०	३७२१००	२२६९८१०००	२४·६९८१७८१	८·४८०९२४
६११	३७३३२१	२२८०९९१३१	२४·७१८४१४२	८·४८५५५८
६१२	३७४५४४	२२९२२०९२८	२४·७३८६३३८	८·४९०१८५
६१३	३७५७६९	२३०३४६३९७	२४·७५८८३६८	८·४९४८०६
६१४	३७६९९६	२३१४७५५४४	२४·७७९०२३४	८·४९९४२३
६१५	३७८२२५	२३२६०८३७५	२४·७९९१९३५	८·५०४०३५
६१६	३७९४५६	२३३७४४८९६	२४·८१९३४७३	८·५०८६४२
६१७	३८०६८९	२३४८८५११३	२४·८३९४८४७	८·५१३२४३
६१८	३८१९२४	२३६०२९०३२	२४·८५९६०५८	८·५१७८४०
६१९	३८३१६१	२३७१७६६५९	२४·८७९७१०६	८·५२२४३२
६२०	३८४४००	२३८३२८०००	२४·८९९७९९२	८·५२७०१९
६२१	३८५६४१	२३९४८३०६१	२४·९१९८७१६	८·५३१६०१
६२२	३८६८८४	२४०६४१८४८	२४·९३९९२७८	८·५३६१७१
६२३	३८८१२९	२४१८०४३६७	२४·९५९९६७९	८·५४०७५०
६२४	३८९३७६	२४२९७०६२४	२४·९७९९९२०	८·५४५३१७
६२५	३९०६२५	२४४१४०६२५	२५·०००००००	८·५४९८७९

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
६२६	३९१८७६	२४५३१४३७६	२५·०१९९९२०	८·५५४४३७
६२७	३९३१२९	२४६४९१८८३	२५·०३९९६८१	८·५५८९९०
६२८	३९४३८४	२४७६७३१५२	२५·०५९९२८२	८·५६३५३५
६२९	३९५६४१	२४८८५८१८९	२५·०७९८७२४	८·५६८०८१
६३०	३९६९००	२५००४७०००	२५·०९९८००८	८·५७२६१९
६३१	३९८१६१	२५१२३९५९१	२५·११९७१३४	८·५७७१५२
६३२	३९९४२४	२५२४३५९६८	२५·१३९६१०२	८·५८१६८१
६३३	४००६८९	२५३६३६१३७	२५·१५९४९१३	८·५८६२०५
६३४	४०१९५६	२५४८४०१०४	२५·१७९३५६६	८·५९०७२४
६३५	४०३२२५	२५६०४७८७५	२५·१९९२०६३	८·५९५२३८
६३६	४०४४९६	२५७२५९४५६	२५·२१९०४०४	८·५९९७४७
६३७	४०५७६९	२५८४७४८५३	२५·२३८८५८९	८·६०४२५२
६३८	४०७०४४	२५९६९४०७२	२५·२५८६६१९	८·६०८७५३
६३९	४०८३२१	२६०९१७११९	२५·२७८४४९३	८·६१३२४८
६४०	४०९६००	२६२१४४०००	२५·२९८२२१३	८·६१७७३९
६४१	४१०८८१	२६३३७४७२१	२५·३१७९७७८	८·६२२२२५
६४२	४१२१६४	२६४६०९२८८	२५·३३७७१८९	८·६२६७०६
६४३	४१३४४९	२६५८४७७०७	२५·३५७४४४७	८·६३११८३
६४४	४१४७३६	२६७०८९९८४	२५·३७७१५५१	८·६३५६५५
६४५	४१६०२५	२६८३३६१२५	२५·३९६८५०२	८·६४०१२३
६४६	४१७३१६	२६९५८६१३६	२५·४१६५३०१	८·६४४५८५
६४७	४१८६०९	२७०८४००२३	२५·४३६१९४७	८·६४९०४४
६४८	४१९९०४	२७२०९७७९२	२५·४५५८४४१	८·६५३४९७
६४९	४२१२०१	२७३३५९४४९	२५·४७५४७८४	८·६५७९४६
६५०	४२२५००	२७४६२५०००	२५·४९५०९७६	८·६६२३९१

૬૫૨	૪૨૫૧૦૪	૨૭૭૧૬૭૮૦૮	૨૫.૫૩૪૨૯૦૭	૮.૬૭૧૩૨૬૬
૬૫૩	૪૨૬૪૦૯	૨૭૮૪૪૫૦૭૭	૨૫.૫૫૩૮૬૪૭	૮.૬૭૫૫૭૦૭
૬૫૪	૪૨૭૭૧૬	૨૭૯૭૨૬૨૬૪	૨૫.૫૭૩૪૨૩૭	૮.૬૮૦૧૩૨૪
૬૫૫	૪૨૯૦૨૫	૨૮૧૦૧૧૩૭૫	૨૫.૫૯૨૯૬૭૮	૮.૬૮૪૫૪૯૬
૬૫૬	૪૩૦૩૩૬	૨૮૨૩૦૦૪૧૬	૨૫.૬૧૨૪૯૬૯	૮.૬૮૮૯૬૨૩
૬૫૭	૪૩૧૬૪૯	૨૮૩૫૯૩૩૯૩	૨૫.૬૩૨૦૧૧૨	૮.૬૯૩૩૭૫૬
૬૫૮	૪૩૨૯૬૪	૨૮૪૮૯૦૩૧૨	૨૫.૬૫૧૫૧૦૭	૮.૬૯૭૭૮૪
૬૫૯	૪૩૪૨૮૧	૨૮૬૧૯૧૧૭૯	૨૫.૬૭૦૯૯૫૩	૮.૭૦૨૧૮૮
૬૬૦	૪૩૫૬૦૦	૨૮૭૪૯૬૦૦૦	૨૫.૬૯૦૪૬૫૨	૮.૭૦૬૫૮૭
૬૬૧	૪૩૬૯૨૧	૨૮૮૮૦૪૭૮૧	૨૫.૭૦૯૯૨૦૩	૮.૭૧૦૯૮૩
૬૬૨	૪૩૮૨૪૪	૨૯૦૧૧૭૫૨૮	૨૫.૭૨૯૩૬૦૭	૮.૭૧૫૩૭૩
૬૬૩	૪૩૯૫૬૯	૨૯૧૪૩૪૨૪૭	૨૫.૭૪૮૭૮૬૪	૮.૭૧૯૭૫૯
૬૬૪	૪૪૦૮૯૬	૨૯૨૭૫૪૯૪૪	૨૫.૭૬૮૧૯૭૫	૮.૭૨૪૧૪૧
૬૬૫	૪૪૨૨૨૫	૨૯૪૦૭૯૬૨૫	૨૫.૭૮૭૫૯૩૯	૮.૭૨૮૫૧૮
૬૬૬	૪૪૩૫૫૬	૨૯૫૪૦૮૨૯૬	૨૫.૮૦૬૯૭૫૮	૮.૭૩૨૮૯૨
૬૬૭	૪૪૪૮૮૯	૨૯૬૭૪૦૯૬૩	૨૫.૮૨૬૩૪૩૧	૮.૭૩૭૨૬૦
૬૬૮	૪૪૬૨૨૪	૨૯૮૦૭૭૬૩૨	૨૫.૮૪૫૬૯૬૦	૮.૭૪૧૬૨૪
૬૬૯	૪૪૭૫૬૧	૨૯૯૪૧૮૩૦૯	૨૫.૮૬૫૦૩૪૩	૮.૭૪૫૯૮૫
૬૭૦	૪૪૮૯૦૦	૩૦૦૭૬૩૦૦૦	૨૫.૮૮૪૩૫૮૨	૮.૭૫૦૩૪૦
૬૭૧	૪૫૦૨૪૧	૩૦૨૧૧૧૭૧૧	૨૫.૯૦૩૬૬૭૭	૮.૭૫૪૬૯૧
૬૭૨	૪૫૧૫૮૪	૩૦૩૪૬૪૪૪૮	૨૫.૯૨૨૯૬૨૮	૮.૭૫૯૦૩૮
૬૭૩	૪૫૨૯૨૯	૩૦૪૮૨૧૨૧૭	૨૫.૯૪૨૨૪૩૫	૮.૭૬૩૩૮૧
૬૭૪	૪૫૪૨૭૬	૩૦૬૧૮૨૦૨૪	૨૫.૯૬૧૫૧૦૦	૮.૭૬૭૬૭૯
૬૭૫	૪૫૫૬૨૫	૩૦૭૫૪૬૮૭૫	૨૫.૯૮૦૭૬૨૧	૮.૭૭૨૦૨૩

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
६७६	४५६९७६	३०८९१५७७६	२६·०००००००	८·७७६३८३
६७७	४५८३२९	३१०२८८७३३	२६·०१९२२३७	८·७८०७०८
६७८	४५९६८४	३११६६५७५२	२६·०३८४३३१	८·७८५०२९
६७९	४६१०४१	३१३०४६८३९	२६·०५७६२८४	८·७८९३४६
६८०	४६२४००	३१४४३०००००	२६·०७६८०९६	८·७९३६५९
६८१	४६३७६१	३१५८२१२४१	२६·०९५९७६७	८·७९७९६८
६८२	४६५१२४	३१७२१४५६८	२६·११५१२९७	८·८०२२७२
६८३	४६६४८९	३१८६११९८७	२६·१३४२६८७	८·८०६५७२
६८४	४६७८५६	३२००१३५०४	२६·१५३३९३७	८·८१०८६८
६८५	४६९२२५	३२१४१९१२५	२६·१७२५०४७	८·८१५१६०
६८६	४७०५९६	३२२८२८८५६	२६·१९१६०१७	८·८१९४४७
६८७	४७१९६९	३२४२४२७०३	२६·२१०६८४८	८·८२३७३१
६८८	४७३३४४	३२५६६०६७२	२६·२२९७५४१	८·८२८००९
६८९	४७४७२१	३२७०८२७६९	२६·२४८८०९५	८·८३२२८५
६९०	४७६१००	३२८५०९०००	२६·२६७८५११	८·८३६५५६
६९१	४७७४८१	३२९९३९३७१	२६·२८६८७८९	८·८४०८२३
६९२	४७८८६४	३३१३७३८८८	२६·३०५८९२९	८·८४५०८५
६९३	४८०२४९	३३२८१२५५७	२६·३२४८९३२	८·८४९३४४
६९४	४८१६३६	३३४२५५३८४	२६·३४३८७९७	८·८५३५९८
६९५	४८३०२५	३३५७०२३७५	२६·३६२८५२७	८·८५७८४९
६९६	४८४४१६	३३७१५३५३६	२६·३८१८११९	८·८६२०९५
६९७	४८५८०९	३३८६०८८७३	२६·४००७५७६	८·८६६३३७
६९८	४८७२०४	३४००६८३९२	२६·४१९६८९६	८·८७०५७६
६९९	४८८६०१	३४१५३२०९९	२६·४३८६०८१	८·८७४८१०
७००	४९००००	३४३००००००	२६·४५७५१३१	८·८७९०४०

૭૦૩	૪૯૪૨૦૯	૩૪૭૪૨૮૯૨૭	૨૬.૫૧૪૧૪૭૨	૮.૮૯૧૭૦૬
૭૦૪	૪૯૫૬૧૬	૩૪૮૯૧૩૬૬૪	૨૬.૫૩૨૯૯૮૩	૮.૮૯૫૯૨૦
૭૦૫	૪૯૭૦૨૫	૩૫૦૪૦૨૬૨૫	૨૬.૫૫૧૮૩૬૧	૮.૯૦૦૧૩૦
૭૦૬	૪૯૮૪૩૬	૩૫૧૮૯૫૮૧૬	૨૬.૫૭૦૬૬૦૫	૮.૯૦૪૩૩૬
૭૦૭	૪૯૯૮૪૯	૩૫૩૩૯૩૨૪૩	૨૬.૫૮૯૪૭૧૬	૮.૯૦૮૫૩૮
૭૦૮	૫૦૧૨૬૪	૩૫૪૮૯૪૯૧૨	૨૬.૬૦૮૨૬૯૪	૮.૯૧૨૭૩૭
૭૦૯	૫૦૨૬૮૧	૩૫૬૪૦૦૮૨૯	૨૬.૬૨૭૦૫૩૯	૮.૯૧૬૯૩૧
૭૧૦	૫૦૪૧૦૦	૩૫૭૯૧૧૦૦૦	૨૬.૬૪૫૮૨૫૨	૮.૯૨૧૧૨૧
૭૧૧	૫૦૫૫૨૧	૩૫૯૪૨૫૪૩૧	૨૬.૬૬૪૫૮૩૩	૮.૯૨૫૩૦૮
૭૧૨	૫૦૬૯૪૪	૩૬૦૯૪૪૧૨૮	૨૬.૬૮૩૩૨૮૧	૮.૯૨૯૪૯૦
૭૧૩	૫૦૮૩૬૯	૩૬૨૪૬૭૦૯૭	૨૬.૭૦૨૦૫૯૮	૮.૯૩૩૬૬૮
૭૧૪	૫૦૯૭૯૬	૩૬૩૯૯૪૩૪૪	૨૬.૭૨૦૭૭૮૪	૮.૯૩૭૮૪૩
૭૧૫	૫૧૧૨૨૫	૩૬૫૫૨૫૮૭૫	૨૬.૭૩૯૪૮૩૯	૮.૯૪૨૦૧૪
૭૧૬	૫૧૨૬૫૬	૩૬૭૦૬૧૬૯૬	૨૬.૭૫૮૧૭૬૩	૮.૯૪૬૧૮૧
૭૧૭	૫૧૪૦૮૯	૩૬૮૬૦૧૮૧૩	૨૬.૭૭૬૮૫૫૭	૮.૯૫૦૩૪૪
૭૧૮	૫૧૫૫૨૪	૩૭૦૧૪૬૨૩૨	૨૬.૭૯૫૫૨૨૦	૮.૯૫૪૫૦૩
૭૧૯	૫૧૬૯૬૧	૩૭૧૬૯૪૯૫૯	૨૬.૮૧૪૧૭૫૪	૮.૯૫૮૬૫૮
૭૨૦	૫૧૮૪૦૦	૩૭૩૨૪૮૦૦૦	૨૬.૮૩૨૮૧૫૭	૮.૯૬૨૮૦૯
૭૨૧	૫૧૯૮૪૧	૩૭૪૮૦૫૩૬૧	૨૬.૮૫૧૪૪૩૨	૮.૯૬૬૯૫૭
૭૨૨	૫૨૧૨૮૪	૩૭૬૩૬૭૦૪૮	૨૬.૮૭૦૦૫૭૭	૮.૯૭૧૧૦૧
૭૨૩	૫૨૨૭૨૯	૩૭૭૯૩૩૦૬૭	૨૬.૮૮૮૬૫૯૩	૮.૯૭૫૨૪૦
૭૨૪	૫૨૪૧૭૬	૩૭૯૫૦૩૪૨૪	૨૬.૯૦૭૨૪૮૧	૮.૯૭૯૩૭૬
૭૨૫	૫૨૫૬૨૫	૩૮૧૦૭૮૧૨૫	૨૬.૯૨૫૮૨૪૦	૮.૯૮૩૫૦૦

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
७२६	५२७०७६	३८२६५७१७६	२६·९४४३८७२	८·९८७६३७
७२७	५२८५२९	३८४२४०५८३	२६·९६२९३७५	८·९९१७६२
७२८	५२९९८४	३८५८२८३५२	२६·९८१४७५१	८·९९५८८३
७२९	५३१४४१	३८७४२०४८९	२७·०००००००	९·००००००
७३०	५३२९००	३८९०१७०००	२७·०१८५१२२	९·००४११३
७३१	५३४३६१	३९०६१७८९१	२७·०३७०११७	९·००८२२३
७३२	५३५८२४	३९२२२३१६८	२७·०५५४९८५	९·०१२३२९
७३३	५३७२८९	३९३८३२८३७	२७·०७३९७२७	९·०१६४३१
७३४	५३८७५६	३९५४४६९०४	२७·०९२४३४४	९·०२०५२९
७३५	५४०२२५	३९७०६५३७५	२७·११०८८३४	९·०२४६२४
७३६	५४१६९६	३९८६८८२५६	२७·१२९३१९९	९·०२८७१५
७३७	५४३१६९	४००३१५५५३	२७·१४७७४३९	९·०३२८०२
७३८	५४४६४४	४०१९४७२७२	२७·१६६१५५४	९·०३६८८६
७३९	५४६१२१	४०३५८३४१९	२७·१८४५५४४	९·०४०९६५
७४०	५४७६००	४०५२२४०००	२७·२०२९४१०	९·०४५०४१
७४१	५४९०८१	४०६८६९०२१	२७·२२१३१५२	९·०४९११४
७४२	५५०५६४	४०८५१८४८८	२७·२३९६७६९	९·०५३१८३
७४३	५५२०४९	४१०१७२४०७	२७·२५८०२६३	९·०५७२४८
७४४	५५३५३६	४११८३०७८४	२७·२७६३६३४	९·०६१३१०
७४५	५५५०२५	४१३४९३६२५	२७·२९४६८८१	९·०६५३६८
७४६	५५६५१६	४१५१६०९३६	२७·३१३०००६	९·०६९४२२
७४७	५५८००९	४१६८३२७२३	२७·३३१३००७	९·०७३४७३
७४८	५५९५०४	४१८५०८९९२	२७·३४९५८८७	९·०७७५२०
७४९	५६१००१	४२०१८९७४९	२७·३६७८६४४	९·०८१५६३
७५०	५६२५००	४२१८७५०००	२७·३८६१२७९	९·०८५६०३

७५३	५६७००९	४२६९५७७७७	२७.४४०८४५४७	९.०९७७०७०१
७५४	५६८५१६	४२८६६१०६४	२७.४५९०६०४	९.१०१७०२९
७५५	५७००२५	४३०३६८८७५	२७.४७७२६३३	९.१०५७२९८
७५६	५७१५३६	४३२०८१२१६	२७.४९५४५४१७	९.१०९७२६६
७५७	५७३०४९	४३३७९८०९३	२७.५१३६३२७०	९.११३७७९
७५८	५७४५६४	४३५५१९५१२	२७.५३१७९९८	९.११७७८७
७५९	५७६०८१	४३७२४५४७९	२७.५४९९५४६३	९.१२१८०१
७६०	५७७६००	४३८९७६०००	२७.५६८०९७५	९.१२५८०५
७६१	५७९१२१	४४०७११०८१	२७.५८६२२८४	९.१२९८०६
७६२	५८०६४४	४४२४५०७२८	२७.६०४३४७५	९.१३३८०३
७६३	५८२१६९	४४४१९४९४७	२७.६२२४५४६३	९.१३७७९७
७६४	५८३६९६	४४५९४३७४४	२७.६४०५४९९२	९.१४१७८७
७६५	५८५२२५	४४७६९७१२५	२७.६५८६३३३७	९.१४५७७४
७६६	५८६७५६	४४९४५५०९६	२७.६७६७०५०	९.१४९७५७
७६७	५८८२८९	४५१२१७६६३	२७.६९४७६४८५	९.१५३७३७
७६८	५८९८२४	४५२९८४८३२	२७.७१२८१२९	९.१५७७१४
७६९	५९१३६१	४५४७५६६०९	२७.७३०८४९२	९.१६१६८६
७७०	५९२९००	४५६५३३०००	२७.७४८८७३८	९.१६५६५६
७७१	५९४४४१	४५८३१४०११	२७.७६६८८६७	९.१६९६२३
७७२	५९५९८४	४६००९९६४८	२७.७८४८८८०	९.१७३५८५
७७३	५९७५२९	४६१८८९९१७	२७.८०२८७७५	९.१७७५४४
७७४	५९९०७६	४६३६८४८२४	२७.८२०८५५५	९.१८१५००
७७५	६००६२५	४६५४८४३७५	२७.८३८८२१८	९.१८५४५३





वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
७७६	६०२१७६	४६७२८८५७६	२७·८५६७७६६	९·१८९४०१
७७७	६०३७२९	४६९०९७४३३	२७·८७४७१९७	९·१९३३४७
७७८	६०५२८४	४७०९१०९५२	२७·८९२६५१४	९·१९७२८९
७७९	६०६८४१	४७२७२९१३९	२७·९१०५७१५	९·२०१२२९
७८०	६०८४००	४७४५५२०००	२७·९२८४८०१	९·२०५१६४
७८१	६०९९६१	४७६३७९५४१	२७·९४६३७७२	९·२०९०९६
७८२	६११५२४	४७८२११७६८	२७·९६४२६२९	९·२१३०२५
७८३	६१३०८९	४८००४८६८७	२७·९८२१३७२	९·२१६९५०
७८४	६१४६५६	४८१८९०३०४	२८·०००००००	९·२२०८७३
७८५	६१६२२५	४८३७३६६२५	२८·०१७८५१५	९·२२४७९१
७८६	६१७७९६	४८५५८७६५६	२८·०३५६९१५	९·२२८७०७
७८७	६१९३६९	४८७४४३४०३	२८·०५३५२०३	९·२३२६१९
७८८	६२०९४४	४८९३०३८७२	२८·०७१३३७७	९·२३६५२८
७८९	६२२५२१	४९११६९०६९	२८·०८९१४३८	९·२४०४३३
७९०	६२४१००	४९३०३९०००	२८·१०६९३८६	९·२४४३३५
७९१	६२५६८१	४९४९१३६७१	२८·१२४७२२२	९·२४८२३४
७९२	६२७२६४	४९६७९३०८८	२८·१४२४९४६	९·२५२१३०
७९३	६२८८४९	४९८६७७२५७	२८·१६०२५५७	९·२५६०२२
७९४	६३०४३६	५००५६६१८४	२८·१७८००५६	९·२५९९११
७९५	६३२०२५	५०२४५९८७५	२८·१९५७४४४	९·२६३७९७
७९६	६३३६१६	५०४३५८३३६	२८·२१३४७२०	९·२६७६८०
७९७	६३५२०९	५०६२६१५७३	२८·२३११८८४	९·२७१५५९
७९८	६३६८०४	५०८१६९५९२	२८·२४८८९३८	९·२७५४३५
७९९	६३८४०१	५१००८२३९९	२८·२६६५८८१	९·२७९३०८
८००	६४००००	५१२००००००	२८·२८४२७१२	९·२८३१७८

८०२	६४३२०४	५१५८४९६०८	२८.३१९६०४५	९.२९०७९८७
८०३	६४४८०९	५१७७८१६२७	२८.३३७२५४६	९.२९४५७६७
८०४	६४६४१६	५१९७१८४६४	२८.३५४८९३८	९.२९८६२४
८०५	६४८०२५	५२१६६०१२५	२८.३७२५२१९	९.३०२४७४
८०६	६४९६३६	५२३६०६६१६	२८.३९०१३९१	९.३०६३२८
८०७	६५१२४९	५२५५५७९४३	२८.४०७७४६५	९.३१०१७५
८०८	६५२८६४	५२७५१४११२	२८.४२५३४०८	९.३१४०१९
८०९	६५४४८१	५२९४७५१२९	२८.४४२९२५३	९.३१७८६०
८१०	६५६१००	५३१४४१०००	२८.४६०४९९६	९.३२१६९७
८११	६५७७२१	५३३४११७३१	२८.४७८०६१६	९.३२५५३२
८१२	६५९३४४	५३५३८७३२८	२८.४९५६१३७	९.३२९३६३
८१३	६६०९६९	५३७३६७७९७	२८.५१३१५४९	९.३३३१९२
८१४	६६२५९६	५३९३५३१४४	२८.५३०६८५२	९.३३७०१७
८१५	६६४२२५	५४१३४३३७५	२८.५४८२०४६	९.३४०८३८
८१६	६६५८५६	५४३३३८४९६	२८.५६५७१३७	९.३४४६५७
८१७	६६७४८९	५४५३३८५१३	२८.५८३२११९	९.३४८४७३
८१८	६६९१२४	५४७३४३४३२	२८.६००६९९३	९.३५२२८६
८१९	६७०७६१	५४९३५३२५९	२८.६१८१७६०	९.३५६०९५
८२०	६७२४००	५५१३६८०००	२८.६३५६४२१	९.३५९९०२
८२१	६७४०४१	५५३३८७६६१	२८.६५३०९७६	९.३६३७०५
८२२	६७५६८४	५५५४१२२४८	२८.६७०५४२४	९.३६७५०५
८२३	६७७३२९	५५७४४१७६७	२८.६८७९७६६	९.३७१३०२
८२४	६७८९७६	५५९४७६२२४	२८.७०५४००२	९.३७५०९६
८२५	६८०६२५	५६१५१५६२५	२८.७२२८१३२	९.३७८८८७



वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८२६	६८२२७६	५६३५५९९७६	२८·७४०२१५७	९·३८२६७५
८२७	६८३९२९	५६५६०९२८३	२८·७५७६०७७	९·३८६४६०
८२८	६८५५८४	५६७६६३५५२	२८·७७४९८९१	९·३९०२४२
८२९	६८७२४१	५६९७२२७८९	२८·७९२३६०१	९·३९४०२०
८३०	६८८९००	५७१७८७०००	२८·८०९७२०६	९·३९७७९६
८३१	६९०५६१	५७३८५६१९१	२८·८२७०७०६	९·४०१५६९
८३२	६९२२२४	५७५९३०३६८	२८·८४४४१०२	९·४०५३३९
८३३	६९३८८९	५७८००९५३७	२८·८६१७३९४	९·४०९१०५
८३४	६९५५५६	५८००९३७०४	२८·८७९०५८२	९·४१२८६९
८३५	६९७२२५	५८२१८२८७५	२८·८९६३६६६	९·४१६६३०
८३६	६९८८९६	५८४२७७०५६	२८·९१३६६४६	९·४२०३८७
८३७	७००५६९	५८६३७६२५३	२८·९३०९५२३	९·४२४१४२
८३८	७०२२४४	५८८४८०४७२	२८·९४८२२९७	९·४२७८९४
८३९	७०३९२१	५९०५८९७१९	२८·९६५४९६७	९·४३१६४२
८४०	७०५६००	५९२७०४०००	२८·९८२७५३५	९·४३५३८८
८४१	७०७२८१	५९४८२३३२१	२९·००००००	९·४३९१३१
८४२	७०८९६४	५९६९४७६८८	२९·०१७२३६३	९·४४२८७०
८४३	७१०६४९	५९९०७७१०७	२९·०३४४६२३	९·४४६६०७
८४४	७१२३३६	६०१२११५८४	२९·०५१६७८१	९·४५०३४१
८४५	७१४०२५	६०३३५११२५	२९·०६८८८३७	९·४५४०७२
८४६	७१५७१६	६०५४९५७३६	२९·०८६०७९१	९·४५७८००
८४७	७१७४०९	६०७६४५४२३	२९·१०३२६४४	९·४६१५२५
८४८	७१९१०४	६०९८००१९२	२९·१२०४३९६	९·४६५२४७
८४९	७२०८०१	६११९६००४९	२९·१३७६०४६	९·४६८९६६
८५०	७२२५००	६१४१२५०००	२९·१५४७५९५	९·४७२६८२

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८५१	७२४२०१	६१६२९५०५१	२९·१७१९०४३	९·४७६३९५
८५२	७२५९०४	६१८४७०२०८	२९·१८९०३९०	९·४८०१०६
८५३	७२७६०९	६२०६५०४७७	२९·२०६१६३७	९·४८३८१३
८५४	७२९३१६	६२२८३५८६४	२९·२२३२७८४	९·४८७५१८
८५५	७३१०२५	६२५०२६३७५	२९·२४०३८३०	९·४९१२२०
८५६	७३२७३६	६२७२२२०१६	२९·२५७४७७७	९·४९४९१९
८५७	७३४४४९	६२९४२२७९३	२९·२७४५६२३	९·४९८६१५
८५८	७३६१६४	६३१६२८७१२	२९·२९१६३७०	९·५०२३०८
८५९	७३७८८१	६३३८३९७७९	२९·३०८७०१८	९·५०५९९८
८६०	७३९६००	६३६०५६०००	२९·३२५७५६६	९·५०९६८५
८६१	७४१३२१	६३८२७७३८१	२९·३४२८०१५	९·५१३३७०
८६२	७४३०४४	६४०५०३९२८	२९·३५९८३६५	९·५१७०५१
८६३	७४४७६९	६४२७३५६४७	२९·३७६८६१६	९·५२०७३०
८६४	७४६४९६	६४४९७२५४४	२९·३९३८७६९	९·५२४४०६
८६५	७४८२२५	६४७२१४६२५	२९·४१०८८२३	९·५२८०७९
८६६	७४९९५६	६४९४६१८९६	२९·४२७८७७९	९·५३१७४९
८६७	७५१६८९	६५१७१४३६३	२९·४४४८६३७	९·५३५४१७
८६८	७५३४२४	६५३९७२०३२	२९·४६१८३९७	९·५३९०८२
८६९	७५५१६१	६५६२३४९०९	२९·४७८८०५९	९·५४२७४४
८७०	७५६९००	६५८५०३०००	२९·४९५७६२४	९·५४६४०३
८७१	७५८६४१	६६०७७६३११	२९·५१२७०९१	९·५५००५९
८७२	७६०३८४	६६३०५४८४८	२९·५२९६४६१	९·५५३७१२
८७३	७६२१२९	६६५३३८६१७	२९·५४६५७३४	९·५५७३६३
८७४	७६३८७६	६६७६२७६२४	२९·५६३४९१०	९·५६१०११
८७५	७६५६२५	६६९९२१८७५	२९·५८०३९८९	९·५६४६५६

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८७६	७६७३७६	६७२२२१३७६	२९.५९७२९७२	९.५६८२९८
८७७	७६९१२९	६७४५२६१३३	२९.६१४१८५८	९.५७१९३८
८७८	७७०८८४	६७६८३६१५२	२९.६३१०६४८	९.५७५५७४
८७९	७७२६४१	६७९१५१४३९	२९.६४७९३२५	९.५७९२०८
८८०	७७४४००	६८१४७२०००	२९.६६४७९३९	९.५८२८४०
८८१	७७६१६१	६८३७९७८४१	२९.६८१६४४२	९.५८६४६८
८८२	७७७९२४	६८६१२८९६८	२९.६९८४८४८	९.५९००९४
८८३	७७९६८९	६८८४६५३८७	२९.७१५३१५९	९.५९३७१६
८८४	७८१४५६	६९०८०७१०४	२९.७३२१३७५	९.५९७३३७
८८५	७८३२२५	६९३१५४१२५	२९.७४८९४९६	९.६००९५५
८८६	७८४९९६	६९५५०६४५६	२९.७६५७५२१	९.६०४५७०
८८७	७८६७६९	६९७८६४१०३	२९.७८२५४५२	९.६०८१८२
८८८	७८८५४४	७००२२७०७२	२९.७९९३२८९	९.६११७९१
८८९	७९०३२१	७०२५९५३६९	२९.८१६१०३०	९.६१५३९८
८९०	७९२१००	७०४९६९०००	२९.८३२८६७८	९.६१९००२
८९१	७९३८८१	७०७३४७९७१	२९.८४९६२३१	९.६२२६०३
८९२	७९५६६४	७०९७३२२८८	२९.८६६३६९०	९.६२६२०१
८९३	७९७४४९	७१२१२१९५७	२९.८८३१०५६	९.६२९७९७
८९४	७९९२३६	७१४५१६९८४	२९.८९९८३२८	९.६३३३९०
८९५	८०१०२५	७१६९१७३७५	२९.९१६५५०६	९.६३६९८१
८९६	८०२८१६	७१९३२३१३६	२९.९३३२५९१	९.६४०५६९
८९७	८०४६०९	७२१७३४२७३	२९.९४९९५८३	९.६४४१५७
८९८	८०६४०४	७२४१५०७९२	२९.९६६६४८१	९.६४७७३७
८९९	८०८२०१	७२६५७२६९९	२९.९८३३२८७	९.६५१३१६
९००	८१००००	७२९००००००	३०.०००००००	९.६५४८९४

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
९०१	८११८०१	७३१४३२७०१	३०·०१६६६२०	९·६५८४६८
९०२	८१३६०४	७३३८७०८०८	३०·०३३३१४८	९·६६२०
९०३	८१५४०९	७३६३१४३२७	३०·०४९९५८४	९·६६५६०९
९०४	८१७२१६	७३८७६३२६४	३०·०६६५९२८	९·६६९१७६
९०५	८१९०२५	७४१२१७६२५	३०·०८३२१७९	९·६७२७४०
९०६	८२०८३६	७४३६७७४१६	३०·०९९८३३९	९·६७६३०२
९०७	८२२६४९	७४६१४२६४३	३०·११६४४०७	९·६७९८६०
९०८	८२४४६४	७४८६१३३१२	३०·१३३०३८३	९·६८३४१६
९०९	८२६२८१	७५१०८९४२९	३०·१४९६२६९	९·६८६९७०
९१०	८२८१००	७५३५७१०००	३०·१६६२०६३	९·६९०५२१
९११	८२९९२१	७५६०५८०३१	३०·१८२७७६५	९·६९४०६९
९१२	८३१७४४	७५८५५०५२८	३०·१९९३३७७	९·६९७६१५
९१३	८३३५६९	७६१०४८४९७	३०·२१५८८९९	९·७०११५८
९१४	८३५३९६	७६३५५१९४४	३०·२३२४३२९	९·७०४६९९
९१५	८३७२२५	७६६०६०८७५	३०·२४८९६६९	९·७०८२३७
९१६	८३९०५६	७६८५७५२९६	३०·२६५४९१९	९·७११७७२
९१७	८४०८८९	७७१०९५२१३	३०·२८२००७९	९·७१५३०५
९१८	८४२७२४	७७३६२०६३२	३०·२९८५१४८	९·७१८८३५
९१९	८४४५६१	७७६१५१५५९	३०·३१५०१२८	९·७२२३६३
९२०	८४६४००	७७८६८८०००	३०·३३१५०१८	९·७२५८८८
९२१	८४८२४१	७८१२२९९६१	३०·३४७९८१८	९·७२९४११
९२२	८५००८४	७८३७७७४४८	३०·३६४४५२९	९·७३२९३१
९२३	८५१९२९	७८६३३०४६७	३०·३८०९१५१	९·७३६४४८
९२४	८५३७७६	७८८८८९०२४	३०·३९७३६८३	९·७३९९६३
९२५	८५५६२५	७९१४५३१२५	३०·४१३८१२७	९·७४३४७६

୯୨୮	୮୬୧୧୮୪	୭୯୯୧୭୮୭୫୨	୩୦.୪୬୩୦୯୨୪	୯.୭୫୩୯୯୮
୯୨୯	୮୬୩୦୪୧	୮୦୧୭୬୫୦୮୯	୩୦.୪୭୯୫୦୧୩	୯.୭୫୭୫୦୦
୯୩୦	୮୬୪୯୦୦	୮୦୪୩୫୭୦୦୦	୩୦.୪୯୫୯୦୧୪	୯.୭୬୧୦୦୦
୯୩୧	୮୬୬୭୬୧	୮୦୬୯୫୪୪୯୧	୩୦.୫୧୨୨୯୨୬	୯.୭୬୪୪୯୭
୯୩୨	୮୬୮୬୨୪	୮୦୯୫୫୭୫୬୮	୩୦.୫୨୮୬୭୫୦	୯.୭୬୭୯୯୨
୯୩୩	୮୭୦୪୮୯	୮୧୨୧୬୬୨୩୭	୩୦.୫୪୫୦୪୮୭	୯.୭୭୧୪୮୪
୯୩୪	୮୭୨୩୫୬	୮୧୪୭୮୦୫୦୪	୩୦.୫୬୧୪୧୩୬	୯.୭୭୪୯୭୪
୯୩୫	୮୭୪୨୨୫	୮୧୭୪୦୦୩୭୫	୩୦.୫୭୭୭୬୯୭	୯.୭୭୮୪୬୨
୯୩୬	୮୭୬୦୯୬	୮୨୦୦୨୫୮୫୬	୩୦.୫୯୪୧୧୭୧	୯.୭୮୧୯୪୬
୯୩୭	୮୭୭୯୬୯	୮୨୨୬୫୬୯୫୩	୩୦.୬୧୦୪୫୫୭	୯.୭୮୫୪୨୯
୯୩୮	୮୭୯୮୪୪	୮୨୫୨୯୩୬୭୨	୩୦.୬୨୬୭୮୫୭	୯.୭୮୮୯୦୯
୯୩୯	୮୮୧୭୨୧	୮୨୭୯୩୬୦୧୯	୩୦.୬୪୩୧୦୬୯	୯.୭୯୨୩୮୬
୯୪୦	୮୮୩୬୦୦	୮୩୦୫୮୪୦୦୦	୩୦.୬୫୯୪୧୯୪	୯.୭୯୫୮୬୧
୯୪୧	୮୮୫୪୮୧	୮୩୩୨୩୭୬୨୧	୩୦.୬୭୫୭୨୩୩	୯.୭୯୯୩୩୪
୯୪୨	୮୮୭୩୬୪	୮୩୫୮୯୬୮୮୮	୩୦.୬୯୨୦୧୮୫	୯.୮୦୨୮୦୪
୯୪୩	୮୮୯୨୪୯	୮୩୮୫୬୧୮୦୭	୩୦.୭୦୮୩୦୫୧	୯.୮୦୬୨୭୧
୯୪୪	୮୯୧୧୩୬	୮୪୧୨୩୨୩୮୪	୩୦.୭୨୪୫୮୩୦	୯.୮୦୯୭୩୬
୯୪୫	୮୯୩୦୨୫	୮୪୩୯୦୮୬୨୫	୩୦.୭୪୦୮୫୨୩	୯.୮୧୩୧୯୯
୯୪୬	୮୯୪୯୧୬	୮୪୬୫୯୦୫୩୬	୩୦.୭୫୭୧୧୩୦	୯.୮୧୬୬୫୯
୯୪୭	୮୯୬୮୦୯	୮୪୯୨୭୮୧୨୩	୩୦.୭୭୩୩୬୫୧	୯.୮୨୦୧୧୭
୯୪୮	୮୯୮୭୦୪	୮୫୧୯୭୧୩୯୨	୩୦.୭୮୯୬୦୮୬	୯.୮୨୩୫୭୨
୯୪୯	୯୦୦୬୦୧	୮୫୪୬୭୦୩୪୯	୩୦.୮୦୫୮୪୩୬	୯.୮୨୭୦୨୫
୯୫୦	୯୦୨୫୦୦	୮୫୭୩୭୫୦୦୦	୩୦.୮୨୨୦୭୦୦	୯.୮୩୦୪୭୬

୯୫୨	୯୦୬୩୦୪	୮୬୨୮୦୧୪୦୮	୩୦.୮୫୪୪୯୭୨	୯.୮୩୭୩୬୯
୯୫୩	୯୦୮୨୦୯	୮୬୫୫୨୩୧୭୭	୩୦.୮୭୦୬୯୮୧	୯.୮୪୦୮୧୩
୯୫୪	୯୧୦୧୧୬	୮୬୮୨୫୦୬୬୪	୩୦.୮୮୬୮୯୦୪	୯.୮୪୪୨୫୪
୯୫୫	୯୧୨୦୨୫	୮୭୦୯୮୩୮୭୫	୩୦.୯୦୩୦୭୪୩	୯.୮୪୭୬୯୨
୯୫୬	୯୧୩୯୩୬	୮୭୩୭୨୨୮୧୬	୩୦.୯୧୯୨୪୯୭	୯.୮୫୧୧୨୮
୯୫୭	୯୧୫୮୪୯	୮୭୬୪୬୭୪୯୩	୩୦.୯୩୫୪୧୬୬	୯.୮୫୪୫୬୨
୯୫୮	୯୧୭୭୬୪	୮୭୯୨୧୭୯୧୨	୩୦.୯୫୧୫୭୫୧	୯.୮୫୭୯୯୩
୯୫୯	୯୧୯୬୮୧	୮୮୧୯୭୪୦୭୯	୩୦.୯୬୭୭୨୫୧	୯.୮୬୧୪୨୨
୯୬୦	୯୨୧୬୦୦	୮୮୪୭୩୬୦୦୦	୩୦.୯୮୩୮୬୬୮	୯.୮୬୪୮୪୮
୯୬୧	୯୨୩୫୨୧	୮୮୭୫୦୩୬୮୧	୩୧.୦୦୦୦୦୦୦	୯.୮୬୮୨୭୨
୯୬୨	୯୨୫୪୪୪	୮୯୦୨୭୭୧୨୮	୩୧.୦୧୬୧୨୪୮	୯.୮୭୧୬୯୪
୯୬୩	୯୨୭୩୬୯	୮୯୩୦୫୬୩୪୭	୩୧.୦୩୨୨୪୧୩	୯.୮୭୫୧୧୩
୯୬୪	୯୨୯୨୯୬	୮୯୫୮୪୧୩୪୪	୩୧.୦୪୮୩୪୯୪	୯.୮୭୮୫୩୦
୯୬୫	୯୩୧୨୨୫	୮୯୮୬୩୨୧୨୫	୩୧.୦୬୪୪୪୯୧	୯.୮୮୧୯୪୫
୯୬୬	୯୩୩୧୫୬	୯୦୧୪୨୮୬୯୬	୩୧.୦୮୦୫୪୦୫	୯.୮୮୫୩୫୭
୯୬୭	୯୩୫୦୮୯	୯୦୪୨୩୧୦୬୩	୩୧.୦୯୬୬୨୩୬	୯.୮୮୮୭୬୭
୯୬୮	୯୩୭୦୨୪	୯୦୭୦୩୯୨୩୨	୩୧.୧୧୨୬୯୮୪	୯.୮୯୨୧୭୫
୯୬୯	୯୩୮୯୬୧	୯୦୯୮୫୩୨୦୯	୩୧.୧୨୮୭୬୪୮	୯.୮୯୫୫୮୦
୯୭୦	୯୪୦୯୦୦	୯୧୨୬୭୩୦୦୦	୩୧.୧୪୪୮୨୩୦	୯.୮୯୮୯୮୩
୯୭୧	୯୪୨୮୪୧	୯୧୫୪୯୮୬୧୧	୩୧.୧୬୦୮୭୨୯	୯.୯୦୨୩୮୩
୯୭୨	୯୪୪୭୮୪	୯୧୮୩୩୦୦୪୮	୩୧.୧୭୬୯୧୪୫	୯.୯୦୫୭୮୨
୯୭୩	୯୪୬୭୨୯	୯୨୧୧୬୭୩୧୭	୩୧.୧୯୨୯୪୭୯	୯.୯୦୯୧୭୮
୯୭୪	୯୪୮୬୭୬	୯୨୪୦୧୦୪୨୪	୩୧.୨୦୮୯୭୩୧	୯.୯୧୨୫୭୧
୯୭୫	୯୫୦୬୨୫	୯୨୬୮୫୯୩୭୫	୩୧.୨୨୪୯୯୦୦	୯.୯୧୫୯୬୨

વર્ગ, ઘન, આદિમૂળ.

સંખ્યા	વર્ગ	ઘન	વર્ગમૂળ	ઘનમૂળ
૯૭૬	૯૫૨૫૭૬	૯૨૯૭૧૪૧૭૬	૩૧.૨૪૦૯૯૮૭૦૩	૯.૯૧૯૩૫૧૪
૯૭૭	૯૫૪૫૨૯	૯૩૨૫૭૪૮૩૩	૩૧.૨૫૬૯૯૯૨૧૮	૯.૯૨૨૭૩૮૩
૯૭૮	૯૫૬૪૮૪	૯૩૫૪૪૧૩૫૨	૩૧.૨૭૨૯૯૧૫૪૨	૯.૯૨૬૧૨૨૨
૯૭૯	૯૫૮૪૪૧	૯૩૮૩૧૩૭૩૯	૩૧.૨૮૮૯૭૫૬૯૪	૯.૯૨૯૫૦૪૨
૯૮૦	૯૬૦૪૦૦	૯૪૧૧૯૨૦૦૦	૩૧.૩૦૪૯૫૧૬૮૫	૯.૯૩૨૮૮૩૯
૯૮૧	૯૬૨૩૬૧	૯૪૪૦૭૬૧૪૧	૩૧.૩૨૦૯૧૯૫૨૬	૯.૯૩૬૨૬૧૩
૯૮૨	૯૬૪૩૨૪	૯૪૬૯૬૬૧૬૮	૩૧.૩૩૬૮૭૯૨૩૧	૯.૯૩૯૬૩૬૪
૯૮૩	૯૬૬૨૮૯	૯૪૯૮૬૨૦૮૭	૩૧.૩૫૨૮૩૦૮૧૩	૯.૯૪૩૦૦૯૨
૯૮૪	૯૬૮૨૫૬	૯૫૨૭૬૩૯૦૪	૩૧.૩૬૮૭૭૪૨૮૨	૯.૯૪૬૩૭૯૭
૯૮૫	૯૭૦૨૨૫	૯૫૫૬૭૧૬૨૫	૩૧.૩૮૪૭૦૯૬૫૩	૯.૯૪૯૭૪૭૯
૯૮૬	૯૭૨૧૯૬	૯૫૮૫૮૫૨૫૬	૩૧.૪૦૦૬૩૬૯૩૬	૯.૯૫૩૧૧૩૮
૯૮૭	૯૭૪૧૬૯	૯૬૧૫૦૪૮૦૩	૩૧.૪૧૬૫૫૬૧૪૪	૯.૯૫૬૪૭૭૫
૯૮૮	૯૭૬૧૪૪	૯૬૪૪૩૦૨૭૨	૩૧.૪૩૨૪૬૭૨૯૦	૯.૯૫૯૮૩૮૯
૯૮૯	૯૭૮૧૨૧	૯૬૭૩૬૧૬૬૯	૩૧.૪૪૮૩૭૦૩૮૭	૯.૯૬૩૧૯૮૧
૯૯૦	૯૮૦૧૦૦	૯૭૦૨૯૯૦૦૦	૩૧.૪૬૪૨૬૫૪૪૫	૯.૯૬૬૫૫૪૯
૯૯૧	૯૮૨૦૮૧	૯૭૩૨૪૨૨૭૧	૩૧.૪૮૦૧૫૨૪૭૭	૯.૯૬૯૯૦૯૫
૯૯૨	૯૮૪૦૬૪	૯૭૬૧૯૧૪૮૮	૩૧.૪૯૬૦૩૧૪૯૬	૯.૯૭૩૨૬૧૯
૯૯૩	૯૮૬૦૪૯	૯૭૯૧૪૬૬૫૭	૩૧.૫૧૧૯૦૨૫૧૩	૯.૯૭૬૬૧૨૦
૯૯૪	૯૮૮૦૩૬	૯૮૨૧૦૭૭૮૪	૩૧.૫૨૭૭૬૫૫૪૦	૯.૯૭૯૯૫૯૯
૯૯૫	૯૯૦૦૨૫	૯૮૫૦૭૪૮૭૫	૩૧.૫૪૩૬૨૦૫૯૦	૯.૯૮૩૩૦૫૫
૯૯૬	૯૯૨૦૧૬	૯૮૮૦૪૭૯૩૬	૩૧.૫૫૯૪૬૭૬૭૬	૯.૯૮૬૬૪૮૮
૯૯૭	૯૯૪૦૦૯	૯૯૧૦૨૬૯૭૩	૩૧.૫૭૫૩૦૬૮૦૭	૯.૯૮૯૯૯૦૦
૯૯૮	૯૯૬૦૦૪	૯૯૪૦૧૧૯૯૨	૩૧.૫૯૧૧૩૭૯૯૮	૯.૯૯૩૩૨૮૯
૯૯૯	૯૯૮૦૦૧	૯૯૭૦૦૨૯૯૯	૩૧.૬૦૬૯૬૧૨૫૮	૯.૯૯૬૬૬૫૬
૧૦૦૦	૧૦૦૦૦૦૦	૧૦૦૦૦૦૦૦૦૦	૩૧.૬૨૨૭૭૬૬૦૧	૧૦.૦૦૦૦૦૦૦

एक परीक्षण दोन संख्यांचे वजाबाकीवर विचारण आहे, त्यास गणित संबंधि ह्मणतात; आणि दोन संख्यांचे वजाबाकीस उत्तर ह्मणतात. दुसरें परिक्षण त्यांचे भागाकारावर विचारण आहे, त्यास भूमिति संबंधि ह्मणतात; आणि भागाकारास गुणोत्तर ह्मणतात. जसें ६ आणि ३ या दोन संख्यांतील वजाबाकी अथवा उत्तर ६-३=३ आहे, परंतु गुणोत्तर ६/३ = २ आहे.

कोणतेंही परीक्षण करायास संख्या दोन पाहिजेत: जी संख्या परीक्ष्य आहे तीस प्रथम लिहून अग्रसर ह्मणतात; आणि ज्यासंस्थेशीं प्रथम परीक्षिली त्या संख्येस पुढें लिहून उपाग्रसर ह्मणतात. जसें वरचे दोन संख्यांतील ६ अग्रसर, आणि ३ उपाग्रसर आहे.

जर संख्यांचीं दोन किंवा अधिक युग्में आहेत, आणि त्यांचें उत्तर अथवा गुणोत्तर सम आहे, तेव्हां त्या समतेस प्रमाण ह्मणतात, आणि उत्तर व गुणोत्तर यांचे पदांस प्रमाणपदें ह्मणतात. जसें हीं दोन युग्में, ४, २ आणि ८, ६, हीं गणित प्रमाणपदें आहेत, कारण, ४-२=८-६=२; आणि हीं दोन युग्में, ४, २, आणि ६, ३, हीं भूमिति प्रमाणपदें आहेत, कारण, ४/२ = ६/३ = २.





संख्या भूमिति प्रमाणांत आहेत असें दाखवाया करितां प्रत्येक युग्मांत दोन पदांमध्यें उभे दोन बिंदु करितात, आणि प्रत्येक युग्मांमध्यें चार बिंदु देतात, जसें ४, २, ६, ३, हीं चार पदें या रितीनें लिहितात.

४ : २ :: ६ : ३, यांत अर्थ हाच आहे कीं ४ ही संख्या २ या संख्येस आहे, जसें ६ ही संख्या ३ या संख्येस आहे. अथवा या प्रमाणें ४ : २ = ६ : ३, अथवा या प्रमाणें $\frac{४}{२} = \frac{६}{३}$, या दोहोंमध्यें अर्थ हाच आहे कीं ४ आणि २ यांचें गुणोत्तर ६ आणि ३ यांचे गुणोत्तराशीं सम आहे.

प्रमाण दोन प्रकारचें आहे, खंड आणि अखंड. जेव्हां एक युग्माचा उत्तरसर आणि त्याचे जवळचे दुसरे युग्माचा अग्रसर यांचें उत्तर किंवा गुणोत्तर सर्वयुग्मांचे साधारण उत्तराशीं किंवा तसेंच गुणोत्तराशीं सम नाहीं, तेव्हां तें खंड प्रमाण झालें. जसें ४, २, ८, ६ हें खंड गणित प्रमाण आहे, कारण, ४-२=८-६=२, परंतु ८-२=६ : आणि ४, २, ६, ३, हें खंड भूमिति प्रमाण आहे, कारण, $\frac{४}{२} = \frac{६}{३} = २$, परंतु $\frac{६}{२} = ३$ हें गुणोत्तराशीं सम नाहीं.

परंतु जेव्हां उत्तरोत्तर अनुक्रमें जवळजवळचे दोन दोन पदांचें उत्तर किंवा गुणोत्तर सम आहे, तेव्हां अशा प्रमाणास अखंड म्हणतात, आणि संख्या स्वतां अखंडप्रमाणपदांची श्रेढी

भूमितिश्रेढी आहे, कारण, ४/२ = ८/४ = १६/८ = २, हें सर्वांचें गुणोत्तर सम आहे.

जेव्हां प्रमाणपदें एकापुढें एक चढतीं आहेत. तेव्हां चढती श्रेढी ह्मणतात. जेव्हां तींच पदें एकापुढें एक उत्तरतीं आहेत ते व्हां उतरती श्रेढी ह्मणतात.

जसें, ०, १, २, ३, ४, इत्यादि, चढती गणितश्रेढी आहे. परंतु,
९, ७, ५, ३, १, इत्यादि, उतरती गणितश्रेढी आहे.

आणि १, २, ४, ८, १६, इत्यादि, चढती भूमितिश्रेढी आहे. परंतु,
१६, ८, ४, २, १, इत्यादि, उत्तरती भूमितिश्रेढी आहे,

गणित प्रमाण आणि श्रेढी.

गणितश्रेढीमध्यें सर्व संख्यांचें अथवा पदांचें उत्तर एकच आहे आणि गणितश्रेढीचे प्रथम आणि शेवट या दोन पदांस अनुक्रमें आदि आणि अंत ह्मणतात; आणि त्यांचे आंतील राहिले सर्वपदांस मध्य ह्मणतात. गणित प्रमाणाचा जो अति उपयोगी अंश आहे तो यापुढील सिद्धांतांत लिहिला आहे.





प्रथम सिद्धांत. जेव्हां चार अवयवी गणित प्रमाणांत आहेत, तेव्हां आद्यंतांची बेरीज दोन मध्यपदांचे बेरिजेचे बरोबर आहे. जसें या चोहोंत, २, ४, ६, ८, एथें २ + ८ = ४ + ६ = १०.

दुसरा सिद्धांत. कोणतेही अखंड गणितश्रेढीमध्यें आद्यंतांची बेरीज दोन मध्यपदांचे बेरिजेचें बरोबर आहे, जी मध्यपदें आद्यंतांपासून समान अंतरानें आहेत, अथवा श्रेढी विषमपद असल्या समध्यपदाचें दुपटी बरोबर आहे. जसें, यापदांत १, ३, ५, एथें १ + ५ = ३ + ३ = ६.

आणि याश्रेढींत २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, एथें २ + १४ = ४ + १२ = ६ + १० = ८ + ८ = १६.

तिसरासिद्धांत. कोणतेही गणितश्रेढीतील आद्यंतांची वजाबाकी त्याच श्रेढीचें उत्तर एकोनगच्छानें गुणिलें त्यागुणाकाराचे बरोबर आहे. जसें, या दाहा पदांत २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६, १८, २०; यांचें उत्तर २, आणि एकोन गच्छ ९ आहे; तेव्हां आद्यंतांची वजाबाकी ह्मणजे २० − २ = १८, आणि ही २ × ९ = १८.

याजकरितां, अतिमोठेंपद, एकोनगच्छानें गुणिलें उत्तर आणि अतिलाहानपद यांचे बेरिजे बरोबर आहे.

चौथासिद्धांत. कोणतेही गणितश्रेढीचें सर्वधन, आद्यंतांची बेरीज गुणिली गच्छानें आणि तोगुणाकार भागिला दोहोंनीं याचे

सांगितले श्रेढीचीं सर्वपदें सरळ रीतीनें अनुक्रमें एक ओळींत लिहून पुनः तींच पदें व्युत्क्रमरीतीनें पहिल्याखालीं पद अशीं दुसरे ओळींत लिहून त्या दोन ओळींखालीं सर्वपदांच्या वेगळाल्या बेरिजा घ्याव्या, अशानें हें स्पष्ट होतें. जसें,

या श्रेढीमध्यें १, ३, ५, ७, ९, ११, १३, १५;

व्युत्क्रमानें १५, १३, ११, ९, ७, ५, ३, १,

यांच्या बेरिजा १६+१६+१६+१६+१६+१६+१६+१६; हीं बेरिज वरचे एक श्रेढीचे सर्वधनाचे दुप्पट आहेत.

अथवा आद्यंतांची बेरीज श्रेढीचे पदसंख्या वेळा घ्यावी.

या सिद्धांतापासून आदि, अंत, गच्छ, उत्तर, आणि सर्वधन, या पांच अवयवांतून कोणतेही तीन सांगितले असतां बाकीचे दोन निघतील; असें पुढील कल्पांत.

प्रथमकल्प.

आदि, अंत, आणि गच्छ, हे तीन सांगितले असतां, यांपासून सर्वधन काढावयाचें.

आदि अंतांची बेरीज घ्यावी, आणि ती गच्छानें गुणावी, तं





तर तो गुणाकार दोहोंनीं भागावा, जो भागाकार येईल तें सर्वधन झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, आदि ३, अंत १९, आणि गछ ९; यांपासून सर्वधन काय होईल?

```
      १९
       ३
   ------
      २२
       ९
   ------
 २) १९८
   ------
      ९९ हें उत्तर.
```

अथवा $\frac{१९+३}{२} \times ९ = \frac{२२}{२} \times ९ = ११ \times ९ = ९९$ सर्वधन हें पूर्व उत्तरा बरोबर आहे.

दुसरें, घड्याळांत बारा अवरामध्यें इंग्रेजीरीती प्रमाणें किती टोले वाजतात तें सांग.

उत्तर, ७८ टोले.

तिसरें, विलायतेंत विनीसनामें गांव आहे, तेथें एकापासून चोवीस अवर वाजतात, दिवसरात्र मिळून त्या घड्याळांत चोवीस अवरांत किती टोले वाजतात तें सांग.

उत्तर, ३०० टोले.

चवथें, कोणे गृहस्थास कर्ज आहे, त्यास इंग्रेजी विलायती

या प्रमाणें दिल्यास तो गृहस्थ एकवर्षांत कर्जमुक्त होतो, तर्‍ही आर भीं संगळें कर्ज किती रुपये तें सांग.

उत्तर, २७०४ रुपये कर्ज.

दुसरें कृत्य.

आदिअंत आणि गच्छ हे तीन सांगितले असतां, त्यांपासून उत्तर काढावयाचें.

अतिमोठे शेवटपदांतून अतिलहानपद वजा करावें, आणि बाकी राहील ती एकोन गच्छानें भागावी, जो भागाकार येईल तें उत्तर झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, आदि ३, अंत १९, आणि गच्छ ९, यांपासून उत्तर काय तें काढ.

$\frac{१९ - ३}{९ - १} = \frac{१६}{८} = २$ हें उत्तर.

दुसरें, आदि १०, अंत ७०, आणि गच्छ २१, आहे; यांपासून उत्तर आणि सर्वधन काय तें काढ.

३ उत्तर, आणि ८४० सर्वधन.

तिसरें. कोणी गृहस्थास कर्ज आहे, त्यास विलायती मानानें एकवर्षांत आठवडे ५२, तेव्हां प्रथम आठवड्यास १ रुपया, पुढें चढते शेवटील आठवड्यास १०३ रुपये, याप्रमाणें देतां एकवर्षांत कर्जमुक्त होईल, तेव्हां उत्तर काय येईल तें सांग.

२ रुपये हें उत्तर.

तिसरें कृत्य.

एक शेवटील पद, उत्तर, आणि गछ, हीं तीन सांगितलीं असतां; यांपासून दुसरें शेवटील पद व सर्वधन काढावयाचें.

उत्तर एकोन गछानें गुणून, तो गुणाकार आदिअंतांची वजाबाकी होईल: ह्मणजे, अतिलहान पद सांगितलें आहे तर हा गुणाकार त्यापदाशीं मिळवावा, ह्मणजे अतिमोठें पद झालें. अतिमोठें पद सांगितलें आहे तर तो गुणाकार त्या पदांत वजा करावा, ह्मणजे अतिलाहान पद झालें.

उदाहरणें.

प्रथम. अतिलाहान शेवटील पद ७, उत्तर २, आणि गछ ९, हे ३ सांगितले, याजपासून अतिमोठें शेवटील पद व सर्वधन काय निघेल.

```
       २
    ————
      १६
       ३
    ————
      १९  हें अतिमोठें शेवटीलपद.
       ३  हें अतिल्हानशेवटीलपद.
याजकरितां ————
      २२  बेरीज.
       ९  गच्छ.
  २)  ————
     १९८
    ————
      ९९  सर्वधनहें उत्तर.
    ————
```

दुसरें, जर अतिमोठें शेवटीलपद ७०, उत्तर ३, आणि गच्छ २१, आहे तर यांपासून अतिल्हान शेवटपद व सर्वधन काय निघेल तें सांग.

उत्तर, १० अतिल्हान शेवटीलपद, ८४० सर्वधन.

तिसरें, कोणीएक गृहस्थास कर्ज आहे, विलायती मासानें एकवर्षांत आठवडे ५२, तेव्हां प्रथम आठवड्यास १ रुपया, दुसरे आठवड्यास ३ रुपये याप्रमाणें दर आठवड्यास दोन दोन रुपये चढते देतां; एकवर्षांत बावन्न हप्त्यानीं तो गृहस्थ कर्जमुक्त होईल, तेव्हां बावन्नावे हप्त्यास किती रुपये व सर्व कर्ज किती आहे तें सांग.

उत्तर, शेवटील हप्त्यास १०३ रुपये, आणि सर्व कर्ज २७०४ रु.

चवथें कृत्य.

कोणतेही सांगितल्या दोनपदांचें गणित मध्य प्रमाण, का

ढावयाचें.

दोनपदें अथवा दोन संख्या सांगितल्या आहेत त्यांची बेरीज घ्यावी, नंतर त्या बेरिजेचें अर्ध करावें, तें अर्ध, गणितमध्यप्रमाण झालें.

उदाहरण.

४ आणि १२ ही दोनपदें अथवा संख्या सांगितल्या, यांचें गणितमध्यप्रमाण काय होईल.

$\frac{४ + १२}{२}$ = ८ गणितमध्यप्रमाण झालें, हें उत्तर.

पांचवें कृत्य.

कोणतेही दोनपदांपासून दोन गणितमध्यप्रमाणें काढावयाचें.

अतिलाहानपद अतिमोठेपदांत वजा करावें, बाकी राहीलती ३ नीं भागावी, जो भागाकार येईल तें गणितश्रेणीचें उत्तर झालें, नंतर हें उत्तर अतिलाहानपदाशीं मिळवावें, व अतिमोठेपदांतून वजा करावें, ह्मणजे त्या दोनपदांजवळचीं पदें दोनमध्यप्रमाणें झालीं, पुढें ही याप्रमाणें करीत जावें, ह्मणजे दोन दोन मध्यप्रमाणें निघतील.

उदाहरण.

२ आणि ८ या दोन संख्यांचीं दोन गणितमध्य प्रमाणें सांग.

२
८
―
३) ६
―
२ हें उत्तर, तर २+२ = ४ एक गणितमध्यप्रमाण.

आणि ४ + २ = ६ दुसरें गणितमध्यप्रमाण.

साहावें कृत्य.

कोणतेही दोन पदांपासून हावीं तेवढीं मध्यप्रमाणें काढावयाचें.

अतिमोठे पदांतून अतिलाहान पद वजा करावें, बाकी राहील ती एकाधिक मध्य गच्छानें भागावी, जो भागाकार येईल तें श्रेणीचें उत्तर झालें; नंतर तें उत्तर अतिलाहान पदापासून पदांत मिळवीत चलावें, अथवा, अतिमोठे पदापासून पदांतून वजा करीत चलावें, ह्मणजे हावीं तेवढीं मध्यप्रमाणें येतील.

उदाहरणें.

२ आणि १४ या दोन संख्यांपासून पांच गणितमध्यप्रमाणें काढावीं.

१४
२
६) १२ उत्तर.
२

नंतर हें उत्तर अतिलाहानपदार्थी मिळवीतजातां ४, ६, ८, १०, १२, हीं पांच गणितमध्यप्रमाणें निघालीं हें उत्तर.

यांत जें कांहीं अधिक लिहावयाचें राहिलें तें बीजगणिततांत पाहा.

भूमितिप्रमाण आणि श्रेढी.

जर दोन युग्में घेतलीं, जसें ६:३, आणि १४:७, ह्मणजे पूर्वीं सांगितल्याप्रमाणें तीं व्यवहारी अपूर्णांकरूपानें लिहिलीं जातात, $\frac{६}{३}$ आणि $\frac{१४}{७}$; आतां त्यांचें गुणोत्तर सम आहे किंवा विषम आहे हें पाहावयासाठीं त्यांस समछेद केलें पाहिजे. असें झाल्यावर ६×७ आणि १४×३ हे दोन नवे अंश होतील, जर ते नवे अंश सम आहेत, तर युग्मांचें गुणोत्तर बरोबर आहे. याजकरितां,

प्रथमसिद्धांतात. जर चार अवयवी भूमितिप्रमाणांत असतील, तर आद्यंतांचा गुणाकार दोनमध्यांचे गुणाकारा बरोबर होईल.

आणि याजवरून, जर दोनमध्यांचा गुणाकार कोणते एक

शेवटपदानें भागिला असतां, भागाकार येईल तो दुसरें शेवटपद होईल. जसें, वरचे संख्यांमध्यें, जर मध्यांचा गुणाकार ४२ हा ६ या एक शेवटपदानें भागिला असतां, भागाकार ७ येतो तें दुसरें शेवटपद आहे; आणि जर ४२ हा ७ यानें भागिला असतां भागाकार ६ येतो तें दुसरें शेवटपद आहे. त्रैराशिकामध्यें सांगितलें कर्मास आश्रय हाच आहे.

यावरून ही पाहातां, ६, ३, १४, ७, अशा कोणत्याही चार संख्यांमध्यें जर मध्यांचा आणि शेवटांचा गुणाकार बरोबर आहे, तर यांतच गुणोत्तरही बरोबर आहे असें जाणावें $\frac{६}{३} = \frac{१४}{७}$, अथवा याप्रमाणाची सत्ता ६ : ३ : : १४ : ७. याजवरून,

दुसरासिद्धांत. कोणतेही दोन गुणाकार बरोबर असतील, तर त्यांचे वेगळाले कर्त्यांपासून एक प्रमाण करतां येईल.

जर दोनमध्यपदें बरोबर असतील, जसें यापदांमध्यें ३, ६, ६, १२, तर त्यामध्यपदांचा गुणाकार वर्ग होईल. याजवरून,

तिसरासिद्धांत. कोणतेही दोनसंख्यांचें मध्यप्रमाण त्या संख्याचे गुणाकाराचें वर्गमूळ आहे.

कोणतेही प्रमाणाचीं वेगळालीं पदें स्थळांतर करून लिहिलीं, अशीं कीं त्यांत आद्यंतांचा गुणाकार मध्यांचे गुणाकार बरो

बरोबर राहील, तर प्रमाणाचे स्वरूप नाहीसें होत नाहीं.

जसें, ६ : ३ :: १४ : ७, ह्या प्रमाणांत ६ × ७ = ३ × १४, त्याचे शेवटपदांस किंवा मध्यपदांस स्थलांतर करतां येईल, हें एक वैताने होणें असें ह्मणतात.

जसें ६ : १४ :: ३ : ७

अथवा ७ : ३ :: १४ : ६

अथवा ७ : १४ :: ३ : ६

अथवा, दुसऱ्या रीतीनें, शेवटपदें मध्यपदांचे स्थळीं ठेवितां येतील, हें व्यस्तपणें होणें असें ह्मणतात.

जसें ३ : ६ :: ७ : १४

अथवा, तिसऱ्या रीतीनें, कोणत्याही अनुपातास अथवा त्या अनुपातांस प्रमाणांचा नाश न होतां कोणत्याही एका संख्येनें गुणितां किंवा भागितां येईल.

जसें ६ × २ : ३ :: १४ × २ : ७ ह्मणजे १२ : ३ :: २८ : ७

आणि ६ ÷ २ : ३ :: १४ ÷ २ : ७ ह्मणजे ३ : ३ :: ७ : ७

आणि, सर्वांनीं अनुपातांचे मिळवणीनें दुसरें दोषम कें जो मोठा आंक ती प्रमाणांस लावली असतां. जसें पांच १० : ६ :: १५ : ९, अथवा $\frac{१०}{६} = \frac{१५}{९}$ तेव्हां यांत नी प्रतिज्ञा लाऊन हें स्पष्ट होतें.

$\frac{३० + १५}{६ + ३} = \frac{१५}{३}$ आणि $\frac{३० + १५}{६ + ३} = \frac{३० - १५}{६ - ३}$ प्रमाणें आहे.

चवथासिद्धांत. अग्रसरांची बेरीज अथवा वजाबाकी उपाग्रसरांचे बेरिजेस अथवा वजाबाकीस आहे, जसा त्यांतीलकोणताही अग्रसर त्याचे उपाग्रसरास आहे.

पांचवासिद्धांत. अग्रसरांची बेरीज त्यांचे वजाबाकीस आहे, जशी उपाग्रसरांची बेरीज त्यांचे वजाबाकीस.

अशारीतीनें जर गुणांची श्रेढी असेल, जसें $\frac{६}{३} = \frac{१०}{५} = \frac{१४}{७} = \frac{३०}{१५}$, त्यांस ही याप्रमाणें रूप होईल $\frac{६ + १० + १४ + ३०}{३ + ५ + ७ + १५} = \frac{१४}{७} = \frac{३०}{१५}$ इत्यादि, याजवरून.

साहावासिद्धांत. सुद्धोनिमाणांत गुणांचे कोणतेही श्रेढीमध्यें, सर्व अग्रसरांची बेरीज त्यांतील सर्व उपाग्रसरांचे बेरिजेस आहे, जसा त्यांतील कोणतेही एक गुणाचा अग्रसर त्याचे उपाग्रसरास.

सातवा सिद्धांत. जर दोन प्रमाणें आनुक्रमें पदशः गुणिलें तर ते गुणाकार सर्व एक प्रमाण करितील.

जसें, जर ३० : १५ : : ६ : ३

आणि २ : ३ : : ४ : ६

तर ३० × २ : १५ × ३ : : ६ × ४ : ३ × ६

अथवा ६० : ४५ : : २४ : १८ अथवा $\frac{६०}{४५} = \frac{२४}{१८}$.

आठवा सिद्धांत. जर चार पदें प्रमाणांत आहेत, तर त्यांचे वर्गघनादिक ही प्रमाणांत होतील.

कां, स्पष्ट आहे कीं, यांत हेंच मात्र आहे कीं एकच प्रमाण वरप्रमाणें पुनःपुनः गुणून ते गुणाकार वर्गघनादि होतात.

तसेच हे गुण करणीवर ही लागतात.

जसें $\sqrt{७२०} : \sqrt{८०} : : \sqrt{५६७} : \sqrt{६३}$

आणि $\sqrt{१२} : \sqrt{३} : : \sqrt{४} : \sqrt{१}$

कां $\frac{\sqrt{७२०}}{\sqrt{८०}} = \frac{\sqrt{९\cdot८०}}{\sqrt{८०}} = \frac{३}{१}$ आणि $\frac{\sqrt{५६७}}{\sqrt{६३}} = \frac{\sqrt{९\cdot६३}}{\sqrt{६३}} = \frac{३}{१}$

आणि $\frac{\sqrt{१२}}{\sqrt{३}} = \sqrt{\frac{१२}{३}} = \frac{\sqrt{४}}{१} = \frac{२}{१}$

नववा सिद्धांत. भूमितिश्रेढीचे शेवटपदांचा भागाकार, त्याच श्रेढीचे गुणोत्तरास घातप्रकाशक एकोन गच्छ केला इतक्या घाताचे बरोबर आहे.

जसें, २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८, २५६, ५१२, १०२४, या दाहा पदांत गुणोत्तर २ आहे, एकोनगच्छ ९ आहे; तेव्हां शेवटांचा भागाकार $\frac{१०२४}{२}$ = ५१२, आणि $२^{९}$ = ५१२ हे ही बरोबर आहेत.

याजकरितां अतिमोठेंपद, अतिलाहानपद गुणिलें गुणो

त्तराचे घातानें ज्यास घातप्रकाशक एकोनगच्छ आहे, त्या गुणाकाराचे बरोबर आहे.

दाहावासिद्धांत. पदांचें सर्वधन भूमितिश्रेढीमध्यें, यारीतीनें निघतें. दोनशेवटांची वजाबाकी एकोन गुणोत्तरानें भागावी, नंतर त्या भागाकारांत अतिमोठें पद मिळवावें, तीबेरीज सर्वधनझालें.

जसें यापदांचें सर्वधन, २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८, २५६, ५१२, १०२४, (ज्यांचें गुणोत्तर २) असें आहे १०२४ + $\frac{१०२४ - २}{२ - १}$ = १०२४ + १०२२ = २०४६ हें सर्वधन.

याप्रमाणें वरलिहिल्या शिवाय, भूमितीचा विस्तार आहे तो पुढें बीजगणितांत लिहिल.

पूर्वसिद्धांत समजावयाकरितां कांहीं उदाहरणें लिहितों, व भूमितिमध्यप्रमाणांबाबद कितीएक कृत्येंही सांगतों.

उदाहरणें.

प्रथम, एकभूमितिश्रेढीमध्यें दाहापदें आहेत, त्यांत अतिलाहानपद १; आणि गुणोत्तर २; तेव्हां मोठेंपद आणि सर्वधन काय होईल?

उत्तर, अतिमोठेंपद ५१२ आणि सर्वधन १०२३

दुसरें, कोणीएक गृहस्थास कर्ज आहे, तें असें कीं, प्रथम

हप्त्यास रुपये १० पुढें दरहप्त्यास दुपटीनें चढते याप्रमाणें दरमहिन्यास हप्ता देतां बारा महिन्यांत फिटेल, तेव्हां बारावे हप्त्यास किती रुपये द्यावे पडतील, व सर्व कर्ज किती असेल, तें सांग.

उत्तर, शेवट हप्त्यास २०४८० रुपये आणि सर्वकर्ज ४०९५० रु०

प्रथमकृत्य.

कोणतेही दोन संख्यांचें एक भूमितिमध्यप्रमाण काढायाचें.

त्या दोन संख्या परस्पर गुणाव्या, नंतर त्या गुणाकाराचें वर्गमूळ काढावें, तें भूमिति मध्यप्रमाण होतें.

उदाहरण.

दोन संख्या ३ आणि १२, यांचें भूमितिमध्यप्रमाण काय?

१२
३
३६ (६ भूमितिमध्यप्रमाण, हें उत्तर.
३६

दुसरेंकृत्य.

कोणतेही दोन संख्यांचीं दोन भूमिति मध्यप्रमाणें काढायाचें

मोठी संख्या लाहान संख्येनें भागावी, नंतर, त्या भागाकाराचें घनमूळ काढावें, तें पदांचें गुणोत्तर होईल. तेव्हां सांगितलें ला

सरें भूमितिमध्यप्रमाण होईल, अथवा, मोठेपदगुणोत्तरानें भागा वें, तो भागाकार मोठें भूमितिमध्यप्रमाण होईल; नंतर तेंच पुनः गुणोत्तरानें भागावें, तो भागाकार लाहान भूमितिमध्यप्रमाण होईल.

उदाहरण.

३ आणि २४ यांचीं दोन भूमितिमध्यप्रमाणें काढावीं.

आतां २४ ÷ ३ = ८ यांचें घनमूळ २ हें पदांचें गुणोत्तर झालें.

तेव्हां ३ × २ = ६, आणि ६ × २ = १२, हीं दोन भूमितिमध्यप्रमाणें निघालीं.

अथवा २४ ÷ २ = १२, आणि १२ ÷ २, = ६ हीं वरच्ये बरोबर आहेत.

ह्मणजे ३ आणि २४ यांचीं मध्यप्रमाणें ६ आणि १२ हीं दोन आहेत.

तिसरें कृत्य.

कोणतेही दोन संख्यांचीं हावीं तितकीं भूमितिमध्यप्रमाणें काढावयाचें.

मोठी संख्या लाहानसंख्येनें भागावी; नंतर मध्यप्रमाणें जि

तकीं हावीं तीं संख्या एकाधिक करून भागाकारास मूळप्रकाशा क जाणून त्या भागाकाराचें तितकें घातमूळ काढावें, तें गुणोत्तर झालें. ह्मणजे एकमध्यप्रमाणाकरितां वर्गमूळ, दोनमध्यप्रमाणांक रितां घनमूळ, तीनमध्यप्रमाणांकरितां चतुर्घातमूळ, याप्रमाणें पुढेंही. नंतर लाहानपद त्या गुणोत्तरानें पुनः पुनः गुणावें. अथवा मोठेंपद पुनः पुनः भागावें, ह्मणजे तितकीं मध्यप्रमाणें निघतील.

उदाहरण.

३ आणि ९६ या दोनसंख्यांचीं चारमध्यप्रमाणें काढावीं.

आतां ९६ ÷ ३ = ३२, याचें पंचघातमूळ २, तें गुणोत्तर झालें. तेव्हां ३ × २ = ६, आणि ६ × २ = १२, आणि १२ × २ = २४, आणि २४ × २ = ४८.

अथवा ९६ ÷ २ = ४८, आणि ४८ ÷ २ = २४ आणि २४ ÷ २ = १२, आणि १२ ÷ २ = ६. ह्मणजे ६, १२, २४, ४८, हीं चार ३ आणि ९६ यांचीं इच्छिलीं भूमितिमध्यप्रमाणें आहेत.

सर्कत.

सर्कत ह्मणजे एकरीति आहे, जीणें कोणतीहीरास अथवा अवयवी हावेंतेवढे भागांत भागतां येईल, जे भाग परस्परांत कोण

य यथास्थित चुकवितात. अथवा दिवाळ्याचें कर्ज आणि धन याची व्यवस्था करितात; अथवा, युद्धांत किंवा दुसरे कोणते कामां त बहुत मनुष्यांनीं एकत्र मिळून जें कांहीं मिळविलें, त्याचे भाग क रितात; अथवा, एखादी भूमि बहुकाळ पडित आहे ती भोंवर गां वांस लागवडी करितां वांटून देणें तर त्या त्या गांवीं मनुष्य समुदा य पाहून त्यांस वांटून देतात.

सर्कत, एकेरी आणि दुहेरी ऐशी दोन प्रकारची आहे. जे व्हां प्रत्येक भाग केवळ कोणतेही एक संख्येशीं प्रमाणांत आहेत, ह्मणजे भाग्यांचे भाग एकच वेळेस कामांत लाविले आहेत, तेव्हां एकेरी; आणि जेव्हां प्रत्येक भाग दोन किंवा अधीक संख्यांशीं प्र माणांत आहेत, ह्मणजे भाग्यांचे भाग भिन्न भिन्न वेळेस कामां त लाविले आहेत, तेव्हां दुहेरी.

एकेरी सर्कत.

सामान्यरीति.

ज्या संख्या भागांचें वेगळालें प्रमाण दाखवितात, त्यांची

बेरीज घ्यावी. नंतर याप्रमाणें राशि सांगाव्या.

जशी भागांचें प्रमाण संख्यांची बेरीज.

वांटावयाचे सर्वराशीस होतें.

तशी एक एक भागाची प्रमाण संख्या.

त्या त्या संख्येचे वांट्यास होईल.

अथवा.

जसें सगळें भांडवल.

सगळे लाभास अथवा हानीस होतें.

तसें एकेकाचें विशेष भांडवल.

लाभ किंवा हानि याचे त्या त्या विशेष भागास होईल.

ताळा पाहाण्यासाठीं सर्व विशेष भागांची बेरीज घ्यावी, ती सांगितले वांटायाचे सगळे संख्येचे बरोबर आली ह्मणजे खरी.

उदाहरणें.

प्रथम, २४० या संख्येचे तीन भाग कर, असे कीं, १, २, ३, या संख्या परस्पर प्रमाणांत आहेत, तसे ते परस्पर प्रमाणांत होतील.

एथें १ + २ + ३ = ६, ही प्रमाण संख्यांची बेरीज.

तर, जसें ६ : २४० : : १ : ४० प्रथमभाग.

आणिजसें ६ : २४० : : २ : ८० दुसराभाग.

आणिजसें ६ : २४० : : ३ : १२० तिसराभाग.

सर्वांची बेरीज २४० ताळा.

दुसरें, तीन मनुष्यांनीं दुसऱ्या बंदरीं नेण्या करितां एकेजाहाजावर २४० खं० धान्य भरिलें; त्या मनुष्यांचीं नांवें, अ, ब, क; त्यांत अ ११० खंडी, आणि ब ९७ खंडी, व बाकी राहिलें तें क; पुढें तें जहाज हाकारून चालिलें, तो समुद्रांत तुफान जाहालें, तेव्हां ८५ खंडी धान्य टाकावें लागलें, तो तोटा तिघांस बरोबर वांटणें कोणास किती येईल,

एथें. ११० + ९७ = २०७ खंडी, अ आणि ब, यांनीं भरिलें; याजकरितां २४० — २०७ = ३३ खंडी, क, यानें भरिलें.

याजवरून, जसें २४० : ८५ : : ११०

अथवा जसें ४ : १ : : ११० : २७½ खंडी = अ, ची हानि,

आणि जसें ४ : १ : : ९७ : २४¼ खंडी = ब, ची हानि.

आणि जसें ४ : १ : : १३२ : ३३¼ खंडी = क, ची हानि.

सर्वांची बेरीज ८५ खंडी, ताळा.

तिसरें, दोन सावकार, क, आणि ब, यांनीं मिळून १२०० रुपयांचें भांडवल केलें, त्यांत ७५० रुपये क, चे, बाकी ब, चे, पुढें व्यापार क

रितां ३०० रुपये लाभ झाला; तो त्या दोघांस भाग प्रमाणें बरोबर वांटून दे.

रु० पा० रु० पा०

उत्तर, क = १८७ .. २, आणि ब = ११.. २,

चवथें, तिघे सावकार, अ, प, ग, यानीं मिळून ७००० रुपये भांडवल केलें; त्यांत १२३० रुपये अ, चे, ३५८० प, चे बाकी रुपये ग, चे; पुढें व्यापार कर्तां १२५५ रुपये ला० झाला; तो एक एकास भाग प्रमाणें बरोबर वांटून दे.

		रु०	पा०	रे०	
उत्तर	अ =	२२० ..	२ ..	८	$\frac{४०००}{७०००}$
	प =	६४१ ..	३ ..	३७	$\frac{१०००}{७०००}$
	ग =	३९२ ..	२ ..	५४	$\frac{३०००}{७०००}$

पांचवें चार गांव मिळून महसुलाचा ठराव ७००० रुपये केला, त्यांत लागवड जमीन एक गांवांत २५० बिघे आहे, व एक गांवांत ३५० बिघे आहे, व एक गांवांत ४०० बिघे आहे, व एक गांवांत ५०० बिघे आहे; तेव्हां कोणते गांवास बिघे प्रमाणें किती रुपये महसूल देणें पडेल तो सांग.

	बि०	रु०	पा०	रे०	
उत्तर,	२५० =	११६६	२	६६	१०००/१५००
	३५० =	१६३३	१	३३	५००/१५००
	४०० =	१८६६	२	६६	१०००/१५००
	५०० =	२३३३	१	३३	५००/१५००
		७०००	०	००	

साहावें, बहुकाळी पडीतभूमि ३७ बिघे, २पां० ३ काद्या, अशी तीन गावांस लगतमध्यें आहे, ती त्या तीन भोंवर गांवांस वसातीप्रमाणें वांटून घावी, ह्मणून सर्कारची आज्ञा. त्यास वसात एके गांवांत ५०० मनुष्यें, एके गावांत ३२०, एके गांवांत ७५, याप्रमाणें आहे; तेव्हां कोणते गांवांस किती भूमि विभाग येईल तो सांग.

	म०		बि०
उत्तर,	५००	=	२०·१३०४४६९
	३२०	=	१२·२६·२४८६०
	७५	=	३·१०९५६७०

सातवें, कोणी एक मनुष्याकडे चार सावकारांचें कर्ज होतें, त्यांत क, चें ५७७ रुपये २ पावले, ख, चें १०८१ रुपये २ पावले, ग, चें २२५ रुपये, घ, चें ७३० रुपये; पुढें तो पळून गेला, तेव्हां त्याचें यत्किंचित् सामान त्या सावकारांनीं जप्त करून विकविलें, त्याचे १७०७ रुपये

आले; ते त्या सावकारांस दामाशाई प्रमाणें वांटून द्यावयाचे, तेव्हां कोणास किती रुपये वांटा आला तो सांग.

उत्तर,
- २७७·१२ क. चा भाग.
- ७०६·२४ ख. चा भाग.
- १४६·९ ग. चा भाग.
- ४३६·७ घ. चा भाग.

आठवें, मालसुद्धां ९००० रुपये किमतीचें एक गलबत तुफान होऊन समुद्रांत बुडालें; त्यांत विभाग र, चा $\frac{१}{८}$, ल चा $\frac{१}{४}$, बाकी व, चा; त्या गलबताचा विमा ५४०० रुपये केला होता, ते येतील परंतु मूळ किमतींत जी खोट आली ती कोणावर किती घालावी तें सांग.

उत्तर, रु०
- ४५० र.
- ९०० ल.
- २२५० व.

नववें, प, फ, ब, भ, ऐसे चार मनुष्य यांनीं कोणे कामांत २५० रुपये खर्च केला; त्याचा करार याप्रमाणें, प $\frac{१}{२}$, फ $\frac{१}{३}$, ब $\frac{१}{४}$, भ $\frac{१}{६}$, केला होता; पुढें तो खर्च वांटून घेणें आलें, तेव्हां कोण कोणास किती किती वांटा आला तो सांग.

	रु०	पा०	रे०	
उत्तर,	८७	१	६१ $\frac{३}{३३}$	प, चे भागास.
	६५	३	७५ $\frac{२}{३३}$	फ, चे भागास.
	४८	३	८० $\frac{२१}{३३}$	ब, चे भागास.
	३८	२	८८ $\frac{३२}{३३}$	भ, चे भागास.

दाहावें, कोणएक किल्ला सांभाळावया करितां हुजुरुहून पांच जमाती रवाना केल्या होत्या; त्यांत लोक भरणा एके जमातींत ५४, दुसरे जमातींत ५१. तिसरे ४८, चवथे ३९, पांचवे ३६, याप्रमाणें होता; पुढें त्या किल्ल्याचे चौकीस दरप्रहरास ७६ मनुष्यें लागतात, तेव्हां दरप्रहरास जमातीचे लोक भरण्या प्रमाणें कोणते जमातीनें किती किती मनुष्यें द्यावीं तें सांग.

उत्तर,	५४ चे जमातींतील मनुष्यें.	१८
	५१	१७
	४८	१६
	३९	१३
	३६	१२.

दुहेरी सर्कत.

दुहेरीसर्कत, वरसांगितल्या प्रमाणें अशा प्रकारेंने आण

वते, जेथें भाग्यांचीं भांडवलें भिन्न भिन्न वेळेस कामांत लाविलीं आहेत.

रीति.*— प्रत्येक मनुष्याचें भांडवल त्याचे त्याचे कामांत भोगले काळानें गुणावें, नंतर तो गुणाकार प्रमाणानें भागावा, जसें एकेरी सर्कतेंत सांगितलें आहे, ह्मणजे याप्रमाणें राशी होतील.

जसें सर्व गुणाकारांची बेरीज.

सर्वलाभ किंवा हानि किंवा वाटायाचा अवयवी यास आहे.

तसें प्रत्येक विशेष भागाकार.

त्याचे त्याचे विशेष भागास होईल.

उदाहरणें.

प्रथम, दोघानीं सर्कतीं व्यापार केला, त्यांत भांडवल कचें ५०० रुपये, त्यास ४ महिने झाले; आणि गचें ६०० रुपये त्यास ५ महिने झाले, त्या सर्कत व्यापारांत नफा २४० रुपये झाला; तो दोघांस भागाप्रमाणें कसा वांटून द्यावा तें सांग.

---

* यारीतीची सत्यता याप्रमाणें आहे: जेव्हां काळ बरोबर आहेत, तेव्हां एकेरी सर्कतेंत सांगितल्या प्रमाणें स्पष्ट आहे कीं, लाभ किंवा हानि याचे भाग भांडवलां प्रमाणें आहेत, आणि जेव्हां भांडवलें बरोबर, तेव्हां भाग काळा प्रमाणें होतील; याजकरितां जेव्हां दोनही बरोबर नाहींत, तेव्हां भाग दोहोंचे गुणाकारां प्रमाणें निश्चय होतील.

	क.	ग.
एथें	५००	६००
	४	५
	२००० +	३००० = ५०००

तरजसें ५०००: २४० : : २००० : ९६ रु० कचा नफा.

आणि जसें ५०००: २४० : : ३०००: १४४ रु० गचा नफा.

दुसरें, च, आणि ज, यादोघांनीं एक कुरण घोडीं चारावया करितां मखता ठरावून घेतलें, मखता ५५० रुपये; त्या कुरणांतचचीं २३ घोडीं २७ दिवस चरलीं, आणि जचीं २१ घोडीं ३९ दिवस चरलीं, मखत्याचे रुपये दोघांनीं किती किती द्यावे तें सांग.

		रु०	पा०	रे०
उत्तर,	च,	२३२ ..	३ ..	५०
	ज,	३०७ ..	० ..	५०

तिसरें, प, फ, ब, या तिघांनीं गाई चारावयाशि कुरण घेतलें. त्याचें देणें एकवर्षाचें ३०० रुपये, त्यांत पच्या ७ गाई ३ महिने, फच्या ९ गाई ५ महिनें, आणि बच्या ४ गाई १२ महिनें, याप्रमाणें चरल्या, तेव्हां ३०० रुपये देणें त्याचा विभाग कोणी किती द्यावा तो सांग.

		रु०	पा०	रे०
उत्तर,	प	५५ ..	१ ..	५ $\frac{३०}{११४}$
	फ	११८ ..	१ ..	६८ $\frac{४८}{११४}$
	ब	१२६ ..	१ ..	२६ $\frac{३६}{११४}$

चवथें, कोणी एक किल्ला फौजेनें हल्ला करून घेतला, ते समयीं तेथें १०००० रुपये मिळाले, ते फौजेंत दरमहा दर आसामीस २० रुपये असे ४ जमातदार ६ महिनें चाकरी करीत होते; व दरमहा दर आसामीस १५ रुपये असे १२ हवालदार ६ महिनें चाकरी करीत होते; व दरमहा दर आसामीस ११ रुपये असे ११० शिपाई ३ महिनें चाकरी करीत होते; पुढें सरकारचा हुकुम झाला कीं, ते रुपये त्या फौजेस आसामी तैनात चाकरीची मुदत योग्यते प्रमाणें बरोबर वांटून द्यावे ह्मणून, त्यास कोणकोणास किती किती येतात तें सांग.

	रु०	पा०	रे०	
उत्तर,	९२४	३	४२ $\frac{१०२०}{५१९०}$	जमातदार आसामी ४ त्यांचा वांटा.
	२०८०	३	६९ $\frac{४८९०}{५१९०}$	हवालदार आसामी १२ त्यांचा वांटा.
	६९९४	०	८७ $\frac{४४७०}{५१९०}$	शिपाई आसामी ११० त्यांचा वांटा.

पांचवें, चैत्रशुद्ध प्रतिपदेस १०००० रुपये भांडवल करून, हनें व्यापार आरंभिला; नंतर ज्येष्ठशुद्ध प्रतिपदेस त्याव्यापारांत १५००० रुपये भांडवल देऊन क, सर्कती मिळाला; नंतर भाद्रपदशुद्ध प्रतिपदेस त्याच व्यापारांत २८००० रुपये भांडवल देऊन, ग, सर्कती झाला; याप्रमाणें तिघांचा सर्कती व्यापार चालला; पुढें वर्षांतीं हिशेब कर्तां १७७६५ रुपये नफा झाला, तो भाग प्रमाणें तिघांस बरोबर वांटून दे.

		रु.	पा.	रे.	
उत्तर,	हचा वांटा	४५७५	२	७१	[illegible]
	कचा वांटा	५७१८	१	२९	[illegible]
	गचा वांटा	७४११	३	८९	[illegible]

साहावें, र, ल, व, या तिघांनीं १ वर्ष नक्कीनें व्यापार केला. त्यांत आरंभींच रनें २०० रुपये दिले, पुढें चार महिनें [illegible] २०० रुपये दिले; तसे लनें आरंभीं ३०० रुपये दिले, पुढें [illegible] महिनें गेल्यावर २०० रुपये दिले, नंतर २ महिनें गेल्यावर पुनः [illegible] रुपये दिले; तसे वनें आरंभीं ६०० रुपये दिले; पुढें ५ महिने गेल्यावर [illegible] रुपये दिले, नंतर १ महिना गेल्यावर १०० रुपये माघारे घेतले, याप्रमाणें वर्षपुरें झाल्यानंतर हिशोबीं ५०० रुपये नफा झाला, तो त्या तिघांस भाग प्रमाणें बरोबर वांटून दे.

		रु.	पा.	रे.	
उत्तर,	रचा वांटा	१०२	२	२५	[illegible]
	लचा वांटा	२१०	१	२	[illegible]
	वचा वांटा	१८७	०	७१	[illegible]

व्याज.

व्याज ह्मणजे पैका उधार देणें किंवा धिरणें याजवर वृद्धिचा नियम आहे. जो पैका उधार देतात किंवा धिरतात, त्यास मुद्दल ह्मणतात, आणि व्याज व मुद्दल यांचे बेरिजेस रास ह्मणतात. व्याज शेंकड्या प्रमाणें वर्षावर अथवा महिन्यावर किंवा दिवसावर ठरवितात, परंतु बहुतकरून वर्षावरच, त्यास व्याजाचा दर ह्मणतात:—

जसें

जेव्हां व्याज शेंकड्यास ३ आहे, तेव्हां दर ३ चा ह्मणतात.

. . . शेंकड्यास ४ आहे, . . . ४ चा ह्मणतात.

. . . शेंकड्यास ५ आहे, . . . ५ चा ह्मणतात.

. . . शेंकड्यास ६ आहे, . . . ६ चा ह्मणतात.

व्याज दोन प्रकारचें आहे, सरळ आणि चक्रवाढ.

सरळ व्याज तेंच आहे, जें झालें मुदतीचें दराप्रमाणें मुद्दलावर मात्र व्याज होतें. कोणतेही पैक्याचें व्याज, कोणतेही वेळेंत, मुद्दल पैका आणि त्याचा काळ यांशिं समप्रमाणांत आहे; याजवरून त्यांचा हिसाब करायास ही पुढील सामान्य रीति उत्पन्न झाली आहे.

जसें १०० रुपये व्याजाचे दरास आहेत, तसें कोणतेंही सांगितलें मुद्दल त्याचे एक नियमकाळाचे व्याजास होईल. आणि पुनः

जसें एक नियमकाळ, कोणतेही सांगितले काळांस आहे, तसें वर उत्पन्न झालेलें एकनियमकाळाचें व्याज, सांगितले सर्व काळांचें व्याजास होईल.

अथवा, एकरुपयाचें एकनियमकाळाचें व्याज घेऊन त्यानें सांगितलें मुद्दल गुणावें, आणि तो गुणाकार उधार दिलेले किंवा धिरलेले पैक्याचे नियमकाळानें गुणावा, ह्मणजे हा गुणाकार त्या काळाचें इछिलें व्याज होईल.

पाहा. जेव्हां काळामध्यें वर्षाचे कांहीं अवयव आहेत, जसें अर्धवर्ष, पाववर्ष, महिना, अथवा दिवस, तेव्हां त्याचें व्याज वर्षाचें व्याज भागून होईल, अथवा त्रिराशिरीतीनें होईल.

उदाहरणें.

प्रथम, मुद्दल रुपये २३०५ याशि व्याज दरसाल दरशेंकडा रुपये ४ प्रमाणें एकवर्षाचें व्याज किती रुपये होतील तें सांग.

जसें १०० : ४ : : २३०५ :

```
               ४          रु०
100) ९२२०.० ( ९२.२
     ९००              ४
     ----            ---
     .२२०             .८
      २००            १००
     ----           ----
     .२००         रे.८००
      २००
     ----
```

रु० ९२ .. पा० ० .. रे० ८० एकवर्षाचें व्याज हें उत्तर.

दुसरें, मुद्दल रुपये ५४७७ . . २ पावले याशि व्याज दरसाल दरशेकडा रुपये ५ प्रमाणें तीन वर्षांचें व्याज किती रुपये होतील तें सांग.

जसें १०० : ५ : : ५४७७.५ :

अथवा, २० : १ : : ५४७७.५ :

```
                 १
२०) ५४७७५०० (२७३.८७५ व्याज १ वर्षाचें
    ४०                   ३
    ---        ----------
    १४७        रु. ८२१.६२५ तीनवर्षांचें
    १४०                 ४
    ---        ----------
    . . ७७     पा. २.५००
      ६०              १००
      ---      ----------
      १७५      रे. ५०.०००
      १६०
      ---
      . १५०
        १४०
        ---
        . १००
          १००
          ---
          . . .
```

रु.   पा.   रे.

८२१ . . २ . . ५० हें उत्तर.

तिसरें, मुद्दल रुपये २१०० याशि व्याज दरसाल दरशेकडा रुपये $४\frac{१}{२}$ प्रमाणें ४ वर्षे ७ मास २५ दिवस, याचें व्याज किती रुपये होतील तें सांग.

जसें, १०० : ४५ : : २१०० :

```
               ४५
          ---------
           १०५००
           ८४००
100)  ---------
      ९४५०.०० ( ९४.५        एकवर्षाचें व्याज.
       ९००                    ४
      ---------      ---------
       ४५०      रु. ३७८.०     चारवर्षांचें.
       ४००
      ---------
        ५००          ४.७२५     साहा मास.
        ५००          ७.८७५     एक मास.
      ---------
        ...          ६.४७२     पंचवीस दिवस.
                  ----------
              रु.   ४३९.५०७
                          ४
                  ----------
              पा.    २.३८८
                        १००
                  ----------
              रे.    ३८.८००
```

अथवा.

जसें, ३६५ : ९४.५ : : २५ :

```
             २५
         ---------
          ४७२५
         १८९०
365)  ---------
      २३६२.५०० ( ६.४७२
      २१९०
      ---------
       १७२५
       १४६०
      ---------
        २६५०
        २५५५
      ---------
          ९५०
          ७३०
      ---------
          २२०
```

रु० पा० रे.
४३९.. २ .. ३८.८ हें व्याज

चवथें, मुद्दल ४५०० रुपये यांचें १ वर्षाचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ५ रुपये प्रमाणें किती रुपये होतील तें सांग.

२२५ रुपये हें उत्तर.

पांचवें, मुद्दल ७१५६ रुपये १ पावला याचें एकवर्षाचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ४ रुपये २ पावले प्रमाणें किती रुपये होतील तें सांग.

रु. पा. रे.
३२२ . . ० . . १२½ हें उत्तर.

साहावें, मुद्दल ७२०० रुपयांचें ३ वर्षांचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ५ रुपये प्रमाणें किती रुपये होतात तें सांग.

१०८० रुपये हें उत्तर.

सातवें, मुद्दल ३५५७ रुपये २ पावले याचें ४ वर्षांचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ४ रुपये प्रमाणें किती रुपये होतात तें सांग.

रु. पा. रे.
५६९ . . ० . . ८० हें उत्तर.

आठवें, मुद्दल ३२२ रुपये २ पावले ८० रेस याचें दरशेंकडा दरसाल ४ रुपये १ पावला प्रमाणें किती रुपये व्याज जाहालें तें सांग.

रु. पा. रे.
१५ . . ३ . . ८५ हें उत्तर.

नववें, मुद्दल १७०० रुपये यांचें १½ दीडवर्षाचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ५ रुपये प्रमाणें किती रुपये होतात तें सांग.

रु. पा.
१२७ . . २ हें उत्तर.

२० रुपये हें उत्तर.

अकरावें, मुद्दल ३९०० रुपये यांचें ५$\frac{3}{4}$ वर्षांचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ३ रुपये ३ पावले प्रमाणें किती रुपये होतात तें सांग.

रु· पा· रे·

८४० ·· ३ ·· ७५ हें उत्तर.

बारावें, मुद्दल १७६०० रुपये यांचें दरशेंकडा दरसाल ४ रुपये ३ पावले प्रमाणें ११७ दिवसांचें व्याज किती रुपये होतात तें सांग, साल ह्मणजे ३६५ दिवस.

रु· पा· रे·
२६७ ·· ३ ·· ९१ हें उत्तर.

चक्रवाढ व्याज.

चक्रवाढ व्याज, ज्यास ही व्याजावर व्याज ह्मणतात, तें तेंच आहे, जें मुद्दल आणि व्याज प्रत्येक नियमकालाचे अंतीं एकत्र मिळाल्यापासून उत्पन्न होतें.

प्रथम रीति, प्रथम नियमकालाचे अंतीं सांगितले मुद्दलाचें व्याज सरळ व्याजाचे रीती प्रमाणें करावें, नंतर तें व्याज व मुद्दल ए

कत्र मिळवावें, आणि ती बेरीज नवें मुद्दल जाहालें, नंतर पुनः नियमकाळाचे अंतीं त्या बेरिजेचें व्याज सगळ व्याजाचे रीती प्रमाणें करावें. आणि तें व्याज व ती पूर्व बेरीज पुनः नवें मुद्दल जाहालें. या प्रमाणें प्रतिनियमकाळाचे अंतीं करीत जावें, ह्मणजे चक्रवाढ व्याज होईल.

दुसरी रीति, एक रुपयाचें व्याज प्रथम नियम काळाचे अंतीं काय जाहालें तें काढावें, आणि त्यास तो मुद्दल १ रुपया मिळावावा; नंतर त्याचा घात करावा असा कीं त्याचा प्रकाशक नियमकाळांची संख्या होईल; मग तो घात मुद्दलानें गुणावा, तो गुणाकार रास ह्मणजे व्याजाकरुन्हां मुद्दल झालें. कदाचित व्याजच होवे तर राशीत मुद्दल वजा करावें. बाकी राहील तें व्याज झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, ७२०० रुपये मुद्दल यास व्याज दरसाल दरशेकडा पांचोत्रा प्रमाणें ४ वर्षांत रास किती होईल तें सांग.

एथें ५ हा १०० याचा २० वा भाग आहे, आणि १ रुपयानें व्याज १ वर्षांत $\frac{1}{20}$ आहे, अथवा ·०५, आणि त्याची रास १·०५ आहे याज करितां,

७२०० · · ० · · ०	प्रथम वर्षाचें मुद्दल.
२०) ३६० · · ० · · ०	प्रथम वर्षाचें व्याज.
७५६० · · ० · · ०	दुसरे वर्षाचें मुद्दल.
२०) ३७८ · · ० · · ०	दुसरे वर्षाचें व्याज.
७९३८ · · ० · · ०	तिसरे वर्षाचें मुद्दल.
२०) ३९६ · · ३ · · ६०	तिसरे वर्षाचें व्याज.
८३३४ · · ३ · · ६०	चवथें वर्षाचें मुद्दल.
२०) ४१६ · · २ · · ०५	चवथें वर्षाचें व्याज.
८७५१ · · २ · · ५५	रास किंवा इच्छिलें उत्तर.

रु. पा. रे.
८७५१ · २ · · ५५ हें उत्तर.

दुसरे रीती प्रमाणें.

१.०५ एक रुपयाची रास.
१.०५
१.१०२५ वर्ग
१.१०२५
१.२१५५०६२५ चतुर्घात.
७२००
२४३१०१२५०००
८५०८५४३७५००
रु. ८७५१.६४५
४
पा २.५८०
१००
रे ५८.००० रास ८७५१ रु. २ पा ५८ रे. हें उत्तर.

दुसरें, ५०० रुपये मुद्दल व्याज दरसाल दरशेंकडा पांचो त्रा प्रमाणें वर्षे ५ झालीं रास काय होईल तें सांग.

रु. पा. रे.
उत्तर, ६३८..०..५६.

तिसरें, ५०० रुपये मुद्दल व्याज वरप्रमाणें वर्षे ५ झालीं. परं तु मुदत अर्धअर्ध वर्षाची तेव्हां १० मुदती झाल्या त्याची रास काय होईल तें सांग.

रु. पा. रे.
उत्तर, ६४०..०..१६.९५१८.

चवथें, उदाहरण पूर्वीचेंच मुदत तीन महिन्याची तेव्हां २० मुदती झाल्या व्याज काय होईल तें सांग.

रु. पा. रे.
उत्तर, ६४१..०..७.४४५२.

पाचवें, ३७०० रुपये मुद्दल. वर्षे ६ झालीं दरसाल दरशेंकडा व्याज ४ रुपये प्रमाणें रास काय होईल तें सांग.

रु. पा. रे.
उत्तर, ४६८१..२..७३.१४.

साहावें, ८१०० रुपये मुद्दल वर्षे २$\frac{1}{2}$ झालीं दरसाल दरशें कडा व्याज ४$\frac{1}{2}$ रुपये प्रमाणें मुदत $\frac{1}{2}$ वर्षाची रास काय होईल तें सांग.

रु. पा. रे.
उत्तर, ९०५३..०..७५.७२४०२४.

सातवें, २७७० रुपये मुद्दल वर्षे २$\frac{1}{2}$ झालीं दरसाल दर शेंकडा व्याज ५ रुपये प्रमाणें मुदत $\frac{1}{4}$ पाव वर्षाची रास काय होई ल तें सांग.

मिश्रगणित.

मिश्रगणित ह्मणजे वेगळाले जातीचे शुद्धपदार्थ एकत्र मिश्र केले, असे कीं, त्या मिश्राची किंमत त्यांचे वेगळाले किंमतीचे मध्यें होईल, ती काढायाच्या रीति दोन आहेत. एक मध्यमिश्रगणित आणि दुसरें व्युत्क्रम मिश्रगणित.

मध्यमिश्रगणित.

मध्यमिश्रगणित ह्मणजे मिश्रपदार्थांचा दर काढायाची रीति आहे, जेव्हां प्रत्येकशुद्धपदार्थांचे दर आणि परिमाणें सांगितलीं आहेत.

रीति.

* प्रत्येक शुद्धपदार्थांचीं परिमाणें त्यांचे त्यांचे दरानें वेगळालीं गुणावीं; नंतर या सर्व गुणाकारांची बेरीज घ्यावी, आणि दुसरी शुद्धप

---

* प्रतिपाद्य यारीतीची सत्यता बीजगणितापासून यापुढिलाप्रमाणें निघते.

दार्थांचे परिमाणांची बेरीज घ्यावी; नंतर प्रथम बेरीज दुसरे बेरिजेनें भागावी, ह्मणजे, गुणाकारांची बेरीज परिमाणाचे बेरिजेनें भागावी, भागाकार येईल तो त्या मिश्रराशीचा इछिलादर परिमाण भाव होईल.

उदाहरणें.

प्रथम, तीन जातींची शुद्ध साकर एकत्र मिळून मिश्रराशि झाली आहे. त्यांत ५० शेर दरशेरीं १२ पैसे दराची, तसें ४४ शेर दरशेरीं ९ पैसे दराची, आणि २६ शेर दरशेरीं ८ पैसे दराची, असे वेगळाले भाव होते. आतां त्या मिश्रराशीस दरशेरीं काय भाव होईल.

अ, ब, क, हीं तीन अक्षरचिन्हें वस्तूंचीं वेगळालीं परिमाणें दाखवायास घे.

आणि म, न, प, हीं तीन अक्षरचिन्हें त्यांचे प्रत्येकीं दर दाखवायास घे.

तर अम, बन, कप, हे त्या तीनराशींचे वेगळाले भाव आहेत.

आणि अम + बन + कप, ही त्या वेगळाले तीनराशींचे भावांची बेरीज आहे,

पुनः अ + ब + क ही त्या तीनराशींचे वेगळाले परिमाणांची बेरीज आहे.

आतां जर र, सर्व मिश्रराशीचा भाव दाखवितो.

तर (अ + ब + क) × र, ही सर्व मिश्रराशीची किंमत होईल.

याजकरितां (अ + ब + क) × र, = अम + बन + कप.

आणि र = अम + बन + कप ह्मणजे हीच रीति आहे.

अ + ब + क

आणि १२, ९, ८ हा भाव आहे. १२०) १२०४ (१०$\frac{४}{१२०}$=१०$\frac{१}{३०}$

उत्तर, १०$\frac{१}{३०}$ पैसे हा मिश्र राशींचा दरशेरीं भाव.

दुसरें, एक चाहा पौंड ५ दर पौंडीं भाव ७ शिलिंग, दुसरा चाहा पौंड ९ दर ८ शिलिंग ६ पेन्स, आणि तिसरा चाहा पौंड १४$\frac{१}{२}$ दर ५ शिलिंग १० पेन्स प्रमाणें असा तीन प्रकारचा एकत्र केला तर त्यामिश्रास दर पौंडीं भाव काय होईल.

उत्तर, ६ शिलिंग १०$\frac{१}{२}$ पेन्स.

तिसरें, एकजातीचें तेल ग्यालन ४ दर ग्यालनीं भाव ४ शिलिंग १० पेन्स, दुसरें तेल ग्यालन ७ दर ५ शिलिंग ३ पेन्स, आणि तिसरें तेल ग्यालन ९$\frac{३}{४}$ दर ५ शिलिंग ८ पेन्स प्रमाणें असें एकत्र केलें तर त्या मिश्रास दर ग्यालनीं भाव काय होईल.

उत्तर, ५ शिलिंग ४$\frac{१}{२}$ पेन्स.

चवथें, कोणी फड्यानें एक जातीचे गहुं १० बुशिल दर बुशिलीं भाव ५ शिलिंग, दुसरे गहुं १८ बुशिल दर ३ शिलिंग, आणि तिसरे गहुं २० बुशिल दर २ शिलिंग प्रमाणें असे एकत्र केले तर त्यामिश्रास दर बुशिलीं भाव काय होईल.

उत्तर, ३ शिलिंग.

पांचवें, कोणी दुकानदारानें एकजातीचें पीठ बुशिल ३ दर बुशिली भाव ३ शिलिंग ५ पेन्स, तसें दुसरे जातीचें बुशिल ४ दर ५ शिलिंग ६ पेन्स, आणि तिसरे जातीचें बुशिल ५ दर ४ शिलिंग ८ पेन्स प्रमाणें असे एकत्र करून विकुं लागला तर त्या मिश्रराशीस दर बुशिली काय भाव होईल.

उत्तर, ४ शिलिंग ७ १/२ पेन्स.

साहावें, सोनें ७ औंस २२ क्यारेकूट* चांगलें, तसें १२ १/२ औंस २१ क्यारेकूट चांगलें, आणि १७ औंस १९ क्यारेकूट चांगलें, असें एकत्र आटिलें तर त्या मिश्र सोन्यास किती क्यारेकूट चांगलें भाव लागेल.

उत्तर, २० १९/७३ क्यारेकूट चांगलें.

सातवें, रुपें ३ पौंड ९ औंस शुद्ध तसें ५ पौंड ८ औंस यांत

---

* जर, १ औंस अथवा दुसरें कोणतेंही सोन्याचें परिमाण भर शुद्ध सोनें आहे, तर त्याचे बरोबर २४ भाग केले, त्यांस प्रत्येकीं क्यारेकूट ह्मणतात, तसें रुप्याचे भागांस औंस ह्मणतात. परंतु बहुतकरून सोनें रुपें या धातू दुसरे हीन धातूंशीं मिश्र असतात, त्यास हीण ह्मणतात, आणि या मिश्र सोन्यास इतके क्यारेकूट सोनें ह्मणतात, असें मिश्रांत शुद्ध सोनें आहे.

जसें जर २२ क्यारेकूट शुद्ध सोनें आणि दोन क्यारेकूट हीण एकत्र मिळविलें तर या मिश्रास २२ क्यारेकूट शुद्ध सोनें ह्मणतात.

जर मिश्रांत मिळाले वेगळाले पदार्थांतें एक हीन दुसरे शुद्धांत मिळाला आहे, तर तो हीन पदार्थ अति हलका ह्मणून त्याचा भाव शून्य गणितात.

जसा पाण्याचा भाव शून्य होतो, जेव्हां दुधांत मिश्रित झालें, तसा हीणाचा भाव शून्य होतो, जेव्हां तें सोनें रुपें इत्यादिक उत्तम धातूंस मिश्रित झालें.

उत्तर, ७$\frac{५६}{६३}$ औंस शुद्ध.

आठवें, तीन जातींचें तूप मण ५, ९, १४$\frac{१}{२}$ दरमणीं भाव रुपये १०, ९$\frac{१}{४}$. ८$\frac{१}{२}$ असें एकत्र केलें त्या मिश्रास दरमणीं किती रुपये पडतील.

उत्तर, ९ रुपये.

नववें, तीन जातींचें दूध शेर ४, ७, ९$\frac{३}{४}$ दरशेरीं पैसे ६, ५, ४$\frac{१}{२}$ असें एकत्र केलें त्या मिश्रास दरशेरीं किती पैसे पडतील.

पै. रे.
उत्तर, ४ .. ७६.

दाहावें, एक फड्यानें तीन प्रकारचे गहुं मण १०, १८, २० दरमणीं रुपये ५, ३, २ या भावानें एकत्र केले तर त्या मिश्रराशीस दरमणीं किती रुपये पडतील.

उत्तर, ३ रुपये.

अकरावें, कोणी दुकानदारानें तीन जातींचें पीठ मण ३, ४, ५ दरमणीं रुपये १$\frac{३}{४}$, १, २$\frac{१}{२}$ या दराचें एकत्र केलें तर त्या मिश्रास दरमणीं किती रुपये पडतील.

रु. पा. रे.
उत्तर, ३ .. २ .. ९१६

बारावें, सोनें तोळे ७, १२$\frac{१}{२}$, १७ त्याचे अनुक्रमें कस १८, १६,

१४ $\frac{१}{२}$ असें एकत्र आटिलें तर त्यामिश्रास कस काय लागेल.

उत्तर, १५ $\frac{५०}{७३}$ कस.

तेरावें, सोनें तोळे २१, २२, ३० $\frac{१}{२}$ त्याचे कस १८, १६, १५ असें एकत्र आटिलें तर त्या मिश्रास कस काय लागेल.

उत्तर १६ $\frac{१}{३}$, कस.

व्युत्क्रममिश्रगणित.

व्युत्क्रममिश्रगणित ह्मणजे अनेक सांगितले भावाचे अनेक शुद्ध पदार्थ एकत्र मिश्र केले, तर त्यामिश्रास सांगितला भाव यावा, ते कां मिश्र करायास कोणते भावाचे पदार्थ किती किती परिमाणानें घ्यावे, ते काढायाची रीति आहे, हीरीति मध्यमिश्ररीतीचे उलट आहे, ह्मणून यावी ताळा मध्यमिश्र रीतीनें निघतो.

प्रथमरीति*.

शुद्ध पदार्थांचे भाव एकाखालीं एक येतील असे लिहावे—२ इ

* सिद्धांत, उणाभाव अधिक भावास जोडून आणि त्याचा प्रत्येकी इछिले भावांशीं वजाबाक्या त्या त्या भावां समोर व्युत्क्रमानें लिहून जें परिमाण [illegible] येतें, तें असें आहे कीं, उणे भावांचे परिमाणावर जितका नफा येतो तितकाच अधिक भावांचे परिमाणावर

णि याच रीतीनें प्रत्येक अधिकास प्रत्येक उण्याशीं मिळवावे, —३ मिश्र भाव आणि प्रत्येक शुद्ध भाव यांच्या वजाबाक्या ह्मणजे अंतरें तीं शुद्ध भाव ज्याशीं जसे मिळविले आहेत, त्यांचे त्यांचे समोर लिहावीं, नंतर एकच वजाबाकी त्या भावाचे समोर आली तर तीच त्या राशीचें परिमाण होईल, आणि अनेक वजाबाक्या आल्या तर त्यांची बेरीज त्या राशीचें परिमाण होईल.

तोटा आहे, याजकरितां सर्व परिमाणांवर नफा तोटा होईल, तो बरोबर, हाच इच्छिला भाव आहे, याच प्रमाणें अनेक शुद्ध पदार्थ मिश्र केले तरीही जाणावें.

यारीतीनें किती ही शुद्ध पदार्थ किती एक शुद्ध पदार्थांशीं जोडिले असतील ह्मणजे सर्वदा इष्टभावाहून उणे असतील ते अधिकाशीं जोडिले जातील, तरीही प्रत्येक युग्माचा नफा तोटा पूर्वप्रमाणें बरोबर होईल, आणि याजकरितां सगळ्याचा नफा तोटा बरोबर होईल हें सिद्ध.

यारीतीपासून कळतें कीं याजातीचे प्रश्नास अनेक उत्तरें निघतील कारण, एक उत्तर काढिल्या नंतर इच्छे प्रमाणें हावीं तितकीं यारीतीनें निघतील, तीरीति, पहिल्याने काढिले परिमाणांस २ किंवा ३ अथवा ४ इत्यादिकानें गुणून किंवा भागून, याचें कारण उघड आहे, जर दोन शुद्धपदार्थांचीं परिमाणें मध्यभावांशीं नफा तोटा बरोबर करितील, तर त्यांचे दुपटीशीही किंवा तिपटीशीही, याप्रमाणें अनंतपट पर्यंत.

२१	१६	३
	१९	२
	२३	२
	२४	५

याजातीचे प्रश्नास बीजगणित जाणणारे अनंत ह्मणतात, आणि ज्यापासून जितकीं उत्तरें निघतील तितकीं काढायाचा सिद्धांत बीजगणित रीतीनें करितां येतो.

प्रत्येक उदाहरणाचा ताळा मध्यमिश्ररीतीनें निघतो.

उदाहरणें.

प्रथम, कोणी एक सावकार १६, १८, २२ रुपये खंडी असे तीन जातीचे चणे एकत्र करून मिश्रराशि २० रुपये खंडी या भावानें विकावयास इच्छितो तर त्यानें तीन जातीचे चणे वेगळाले किती किती परिमाणानें घ्यावे म्हणजे मिश्रराशीस इच्छिला भाव पडेल.

रु० २०	१६	२ खंडी १६चे भावाचे.	तर २×१६ = ३२
	१८	२ खंडी १८ चे भावाचे.	२×१८ = ३६
	२२	४+२=६ खंडी २२चे भावाचे.	६×२२ = १३२
		खंडी १०	रु० २००

याचा ताळा मध्यमिश्ररीतीनें.

२, २, ६ खंडी हीं परिमाणें.

१६, १८, २२ रुपये हे भाव.

दुसरें, कोणी दुकानदार ४ आणि ६ रुपये मण असें दोन भावांचें तेल मिश्र करून ५ रुपये मण या भावानें विकायास इच्छितो, तर त्यानें मिश्र करायास दोन जातींचें तेल प्रत्येकीं किती किती परिमाणानें घ्यावें.

उत्तर, १ खंडी मण किंवा शेर.

तिसरें, कोणी दुकानदार ४, ६, ११ पैसे शेर असे तीन भावां

न घ्यावी.

उत्तर, १ शेर किंवा मण किंवा खंडी.

चवथें, कोणी दुकानदार दरबुशिल २ शिल्लिंग ६ पेन्स, २ शिल्लिंग ८ पेन्स, ४ शिल्लिंग, आणि ४ शिल्लिंग ८ पेन्स, असे चार भावांचे गहुं एकत्र मिश्र करून दरबुशिल ३ शिल्लिंग १० पेन्स, या भावानें विकायास इच्छितो, तर त्यानें मिश्रकरायास कोण कोणते गहुं किती किती परिमाणानें घ्यावे.

उत्तर, २ शि० ६ पे० यादराचे २ बु०, ३ शि० ८ पे० यादराचे २ बु०, ४ शि०, या०चे ३ बु०, आणि ४ शि० ८ पे० या०चे ३ बुशिल.

पांचवें, कोणी सोनार, १६, १८, २३, २४ क्यारेकूट चांगलें यादगंचें सोनें एकत्र आटून मिश्रसोनें २१ क्यारेकूट चांगलें करायास इच्छितो तर त्यानें कोण कोणतें सोनें किती किती परिमाणानें घ्यावें.

उत्तर, १६ क्यारेकूटचें ३ भाग, १८ चें २ भाग, २३ चे ३ भाग,
आणि २४ चे ५ भाग.

साहावें, कोणी दुकानदार मध १२ रुपये मण, राब १० रुपये मण, काकवी १ रुपया मण आणि पाणी ० रुपये मण, अशीं एकत्र मिश्र करून त्या मिश्रास दरमणी ८ रुपयांचा भाव व्हावा असें इच्छितो तर त्यानें

प्रत्येक काय काय परिमाणानें घ्यावीं.

उत्तर, मध १५ राब १५ काकवी ६ आणि पाणी ६ मण.



दुसरी रीति.

जेव्हां मिश्राचें परिमाण सांगितलें आहे, पूर्वी सांगितले जोडण्याचे रीतीं करून उत्तर काढावें, नंतर याप्रमाणें प्रमाणराशी कराव्या, अशी परिमाणांची बेरीज : सांगितले परिमाणास आहे : : तसे जोडण्याचे रीतीनें काढिलेले शुद्ध पदार्थ : प्रत्येकांचे इच्छिले परिमाणास होतील.

उदाहरणें.

प्रथम, सोनें १५, १७, १८, २२ क्यारेकूट-चांगलें एकत्र आटायाचें आहे, असें की, तें मिश्र ४० तोळे २० क्यारेकूट चांगलें होईल, तर वेगळालें त्या त्या जातीचें किती तोळे घ्यावें.

आतां २०	१५		२	जसें	१६ : ४० : : २ : ५
	१७		२		१६ : ४० : : २ : ५
	१८		२		१६ : ४० : : २ : ५
	२२	५ + ३ + २ =	१०		१६ : ४० : : १० : २५
			१६		

उत्तर, १५ वें ५, १७ वें ५, १८ वें ५, आणि २२ वें २५ नोव्हें.*

* यास्थळीं धातूंचे स्वभावावर अनेक प्रश्न सांगतां येतील, परंतु त्यांतून बहु चमत्कारिक एकच प्रश्न उरे.

हैईरो यानांनें सेराक्युसचा पातशाय होता. त्यानें, सगळ्या शुद्ध सोन्याचा मुकुट सोनारास करायास सांगितला, नंतर, तो त्यानें करून आणिल्यावर त्यांत कांहीं रुपें किंवा तांबें मिश्र केलें असें नजरेस आलें, परंतु तें किती याचा निश्चय का वा ह्मणून आर्किमीदीज यानांमें एक चतुर पुरुष अति प्रसिद्ध तोही तेथें होता, तेव्हां त्या मुकुटांतील हिणाचें परिमाण काढायास तो त्या चतुर पुरुषाजवळ दिल्हा, पुढें.

त्यानें एक शुद्ध सोन्याची एक तांबें किंवा रुपें याची अशा दोन भरींव आकृती करून त्या पाण्यानें तोंडपर्यंत भरलेले पात्रांत पर्यायानें बुडविल्या, नंतर त्या आकृतींच्या योगें पात्रांतून बाहेर पडलें पाण्याची तोल केल्या पासून त्या भरींव आकृतींचें स्वभार त्यास विदित झाले, ह्मणजे यापासून आणि त्या प्रत्येकांचे सांगितलें वजनापासून त्या मुकुटांत शुद्ध सोनें आणि हीण किती होतें त्याचें परिमाण काढितां आलें.

आतां कल्पना करकीं, त्या भरींव आकृति व मुकुट यांचें प्रत्येक वजन १० शेर आहे. आणि शुद्ध रुपें किंवा तांबें याचे भरींवाकृति मुकुटामुळें पात्रांतून बाहेर पडलें पाणी १२ शेर आणि शुद्ध सोन्याचे भरींवाकृति मुकुटामुळें पात्रांतून बाहेर पडलें पाणी ५२ शेर, आणि त्या मिश्रसोन्याचे मुकुटामुळें पात्रांतून बाहेर पडलें पाणी ६४ शेर, तर त्या मुकुटांतील शुद्ध सोनें आणि हीण याचे प्रत्येक परिमाण काय होईल.

आतां केवळ तांबें किंवा रुपें याचा भाव ९२ शुद्ध सोन्याचा ५२ आणि मिश्राचा ६४ आहे.

दुसरें, ४, ५, ६, ८ रुपये मण याचार भावांचे तांदूळ एकत्र मिश्र करून ते २० मण ७ रुपयांचे भावानें विकायास इछितो, तर ते वेगळाले किती किती मण घ्यावे.

उत्तर, ४ चे २ $\frac{२}{९}$, ५ चे २ $\frac{२}{९}$, ६ चे २ $\frac{२}{९}$, आणि ८ चे १३ $\frac{१}{३}$ मण.

तिसरी रीति.*

जेव्हां एक शुद्ध पदार्थाचें परिमाण अमुक असावें ह्मणून सांगितलें आहे, तर पूर्वरीतीप्रमाणें प्रत्येक पदार्थाचे भावांच्या इष्टभावाशीं वजाबाक्या कराव्या. नंतर याप्रमाणें राशी कराव्या, जसें सांगितले परिमाणाचे शुद्ध पदार्थांची वजाबाकी : दुसरे वेगळे वेगळे वजाबाक्यांस होते : : तसें सांगितलें परिमाण : वेगळे वेगळे इछिले परिमाणास होईल.

याजकरितां ६४ { ५२ ९२ } २८ १२ आणि यांची बेरीज ह्मणजे १२ + २८ = ४० परंतु ही १० यावी.
याजकरितां रीतीप्रमाणें ४० : १० : : १२ : ३ शेर तांबें } हें उत्तर.
४० : १० : : २८ : ७ शेर शुद्ध सोनें

---

* अनेक पदार्थ अमुक अमुक परिमाणाचे असावे असें सांगितलें असेल तरीं ही याच रीतीनें एकाचें परिमाण काढून मग दुसऱ्याचें काढावें, अशा अनुक्रमें सर्वांचीं परिमाणें निघतील. यांत दुसरी आणि तिसरी या रीतींचा आधार सांगायाचें अगत्य नाहीं कारण, यादोनही प्रथमरीतीपासूनच निघतात, तिचा आधार पूर्वीं दाखविला गेला आहे.

उदाहरणें.

प्रथम, दरग्यालन ४ शिलिंग, दरग्यालन ५ शिलिंग, दरग्यालन ६ पेन्स, आणि दरग्यालन ६ शिलिंग, असे चार जातीचे पदार्थ घ्याचे त्यांत प्रथम ४ शिलिंग दराचा पदार्थ ३ ग्यालन घालणें आ मिश्रास दरग्यालनीं ५ शिलिंग ४ पेन्स असा भाव व्हावा तर प्र रिमाण किती किती घ्यावें.

४८	२+८=१० तरजसें	१०:१०::३:३ ग्या०
६०	२+८=१०	१०:१०::३:३ ग्या०
६६	१६+४=२०	१०:२०::३:६ ग्या०
७२	१६+४=२०	१०:२०::३:६ ग्या०

उत्तर, ५ शिलिंगचे ३ ग्यालन, ५ शिलिंग ६ पेन्सचे ६ ग्या० ६ शि० चे ६ ग्या०

दुसरें, कोणीएक वाणी १२, १०, ६, ४ रुपये खंडी दराचे दाणे एक त्रायास इछितो, परंतु त्यांत शेवटील ४ रुपये खंडी दराचे २० खंडी आहेत, आणि त्या मिश्रास ८ रुपये खंडी असा भाव व्हावा तर त्येक भावांचे किती किती घ्यावे.

उत्तर, { ४ रुपयांचे भावाचे २० खंडी, ६ रु० चे १० खंडी, १० रु० चे १० खंडी, १२ रु० चे २० खं० }

तिसरें, १५, १७, १८, २२ क्यारेट चांगलें सोनें आटून मिश्र

करायास इच्छितो, परंतु, त्यांत निसरे १८ क्यारेटचें ५ तोळे घालणें, आणि मिश्र २० क्यारेट चांगलें व्हावें, तर बाकीचें किती किती तोळे घ्यावें.

उत्तर, १५ चें ५ तोळे, १७ चें ५ तोळे, २२ चें २५ तोळे.

इष्टराशि.

इष्टराशि ह्मणजे कितीएक प्रश्नांचीं उत्तरें उघड करायाची एक रीति आहे कीं, ज्या प्रश्नाचीं उत्तरें साधारण पूर्वरीतीं करून उघड होत नाहींत, कोणे वेळेस यारीतीस मिथ्या मनोद्भूत ह्मणतात, कारण, सत्य संख्ये प्रमाणें मनःकल्पित मिथ्या संख्यांनीं काम केल्यापासून शेवटीं सत्य संख्या उत्पन्न होते, कोणी यारीतीस चुकशोध ह्मणतात, कारण, मिथ्या संख्यांचे नपाहिलानें शोध करितात, आणि चुक मिळवित्यापासून सत्य संख्या उत्पन्न होते.

ती एकेरी आणि दुहेरी या भेदेंकरून दोन प्रकारची आहे.

एकेरी इष्टराशि.

एकेरी इष्टराशि तीच होय कीं, जीपासून एकच मिथ्या संख्येचे साहाय्यानें प्रश्नाचें उत्तर उघड निघतें, जें उत्तर त्याचे मिथ्या संख्येशीं

प्रमाणांत आहे, ते प्रश्न एकेरी इष्टराशींतील होत, ह्मणजे असें, इच्छिले संख्येस दुसरे सांगितले संख्येनें गुणायाचें किंवा भागायाचें आहे, अथवा, जेव्हां इच्छिली संख्या तिणें तीच अथवा तिचे हरकोणते भागानें किती एक सांगितल्या वेळा अधिक किंवा उणी करायाची आहे.

रीति.

इच्छिली संख्या काढाया करितां कोणतीही संख्या घ्यावी, आणि प्रश्नांत सांगितल्या प्रमाणें तिशीं काम करावें, नंतर याप्रमाणें प्रमाण राशी कराव्या. जसें मिथ्या संख्येचें उत्पन्न : त्या मिथ्या संख्येस आहे : : तसें प्रश्नांतील उत्पन्न : त्याचे इच्छिले सत्य संख्येस होईल.*

उदाहरणें.

प्रथम, एक मनुष्यानें आपले [illegible]
नंतर पाहाता तों ६०० रुपये बाकी
किती होते.

---

* यारीतीचें कारण उघड [illegible]
णांत आहेत.
जसें न अ : अ : : न ञ : [illegible]
किंवा $\frac{अ}{न} + \frac{अ}{म}$ इत्यादि : अ :

पहिलें द्रव्य १२०० रुपये अशी मिथ्या संख्या घे.

आतां १२०० चा $\frac{१}{३}$ = ४००

आणि १२०० चा $\frac{१}{४}$ = ३००

७००

१२००

५०० बाकी.

जसें, ५०० : १२०० : : ६०० : १४४० ही इच्छिली राशि हें उत्तर.

याचा ताळा.

१४४० चा $\frac{१}{३}$ = ४८०

१४४० चा $\frac{१}{४}$ = ३६०

८४०

१४४०

६०० ही बाकी प्रश्ना प्रमाणें आहे.

दुसरें, ती संख्या काय आहे, जी ७ यांनीं गुणून तो गुणाकार ६ यांनीं भागिला असतां भागाकार २१ येईल.

उत्तर, १८.

तिसरें, ती संख्या काय आहे कीं, जी तिचे अर्धानें तृतीयांशानें आणि चतुर्थांशानें युक्त केली असतां ७५ बेरीज होईल.

उत्तर, ३६.

चवथें, एक सर्दारानें आपले फौजेचा $\frac{१}{२}$ आणि $\frac{१}{३}$ कहीस पाठविला असतां तळावर १००० मनुष्यें राहिलीं तेव्हां त्या फौजेंत सर्व मनु

षें किती होतीं.

उत्तर, ६००० मनुष्यें.

पांचवें, कोणी एक गृहस्थानें भिकाऱ्यास ५२ पैसे वांटिले, त्यांत प्रती केल्या, पुरुषास ६ बायकोस ४ आणि पोरास २ याप्रमाणें आणि त्यांत बायका पुरुषांचे दुपट, आणि पोरें बायकांचे तिपट अशीं होतीं, तेव्हां पुरुष बायका आणि पोरें अशीं त्या जमावांत किती किती हो तीं.

उत्तर, पुरुष २ बायका ४ आणि पोरें १२.

साहावें, दोघे भले मनुष्य मार्गांत गोष्टी करीत चालिले होते, त्यांत एकानें दुसऱ्यास विचारिलें कीं, तुम्हास वय किती आहे, तेव्हां त्यानें उत्तर केलें कीं, माझे वयाचे वर्षांचे ३/३ सातानीं गुणिले आणि त्या गुणाकारांत त्याच वर्षांचे ३/३ मिळविले तर २१० होतात, तेव्हां त्याचे वयाचीं किती वर्षें आहेत.

उत्तर, ४५ वर्षें.

दुहेरी इष्टराशि.

दुहेरी इष्टराशि म्हणजे किती एक प्रश्नांचीं उत्तरें दोन मिथ्या संख्यांचे साहाय्यानें उघड करण्याची रीति.

दुहेरी इष्टराशींत असे प्रश्न येतात कीं, ज्यांचीं उत्तरें सत्य संख्या इष्टराशींशीं प्रमाणांत नाहींत, जसें या प्रश्नांत, ज्यांत इछिली संख्या त्या संख्येचा भाग किंवा समगुणाकार यांतून एक प्रकारानें वाढविली, किंवा मागितल्ले संख्येनें उणी केली, जी मागितली संख्या इछिले संख्येचा कोणता भाग आहे हें शकत नाहीं.

प्रथम रीति.*

क्रमारानें कामाचे उपयोगी दोन मिथ्या संख्या घ्याव्या, आणि

---

* सिद्धांत, या रीतीस आश्रय हा आहे कीं, प्रथम अंतर दुसरे अंतरास आहे, जशी प्रथम मिथ्या संख्या आणि प्रथम सत्य संख्या यांची वजाबाकी. दुसरी मिथ्या संख्या आणि दुसरी सत्य संख्या यांचे वजाबाकीस आहे, जेव्हां अशा प्रमाणांत नाहीं, तेव्हां या रीतीनें उत्तर बरोबर काढितां येत नाहीं, ही रीति खरी आहे असें पूर्व आश्रया वरून दाखवितो.

अ आणि ब हीं दोन अक्षरचिन्हें घेतले संख्यांचीं असतील. तसें आ आणि बा हीं त्यांचीं प्रश्नांत संकेता प्रमाणें उत्पन्नें असतील, तसें र आणि स हीं त्यांचीं अंतरें असतील, म्हणजे न हें संकेताचें सत्य उत्पन्न, याशीं वेगळाल्या आ आणि बा यांच्या वजाबाक्या र आणि स असतील, आणि इष्ट संख्या दाखवायास क्ष घेतला, म्हणजे क्षचें उत्पन्न न होईल.

तेव्हां न - आ = र आणि न - बा = स अथवा बा - आ = र - स आतां ज्यास या रीतीचा आश्रय आहे, त्याप्रमाणा प्रमाणें र : स : : क्ष - अ : क्ष - ब, अंत्यपदें आणि मध्यपदें गुणून म्हणजे रक्ष - रब = सक्ष - सअ नंतर स्थलांतरानें रक्ष - सक्ष = रब - सअ, भागाकारानें $\text{क्ष} = \frac{\text{रब} - \text{सअ}}{\text{र} - \text{स}}$ ही इछिली संख्या आहे, म्हणजे ही रीति तेव्हां आहे कीं, जेव्हां दोन्ही अंतरें कमी पडतात.

त्यांशीं प्रश्नाचे संकेताप्रमाणें वेगळाल्ली एकेरी रीती प्रमाणें कामें करावीं, नंतर पाहावें कीं, या दोन संख्यांपासून जीं दोन उत्पन्नें होतील त्यांत आणि प्रश्नास किती भेद आहे; या भेदास अंतर ह्मणतात. तें अंतर अधिक किंवा उणें असेल त्याप्रमाणें त्यास धन (+) ऋण (−) चिन्हें करावीं.

नंतर तीं दोन अंतरें गुणावीं अशी कीं, दुसरे अंतरानें प्रथम संख्या गुणिली जाईल, आणि प्रथम अंतरानें दुसरी संख्या, तेव्हां.

जर अंतरांचीं चिन्हें सरूप आहेत, तर वरचे गुणाकारांची वजाबाकी त्या अंतरांचे वजाबाकीनें भागावी, भागाकार येईल तो उत्तर होईल.

जर दोन्ही उत्पन्नें सत्य उत्पन्नाहून अधिक असतील, ह्मणजे आ आणि बा हीं दोन्ही नहून अधिक असतील, तर न − आ = − र आणि न − बा = − स ह्मणजे र आणि स हीं दोनहीं (−) ऋण आहेत. याजकरितां − र : − स : : क्ष − अ : क्ष − ब, परंतु − र : − स : : + र : + स, याजकरितां र : स : : क्ष − अ : क्ष − ब, आणि सर्व बाकी पूर्व प्रकाराप्रमाणें बरोबर निघेल.

परंतु जर एक उत्पन्न आ कमी आणि दुसरें उत्पन्न बा अधिक असेल, अथवा एक अंतर र (+) धन आणि दुसरें अंतर स (−) ऋण असेल तर पूर्वप्रमाणें प्रमाण राशी करून समीकरणास हें रूप होईल. $\text{क्ष} = \frac{\text{रब} + \text{सअ}}{\text{र} + \text{स}}$ आणि ही रीति अंतरें विरूप आहेत तेव्हां उपयोगी होय.

परंतु अंतरांचीं चिन्हें विरूप आहेत, तर, उत्तराकरितां वरचे गुणाकारांची बेरीज त्याच अंतरांचे बेरिजेनें भागावी.

टीप, दोन अंतरांचीं चिन्हें धन किंवा ऋण आहेत तर तीं सरूप होत, एक धन आणि एक ऋण अशीं आहेत तर तीं विरूप होत.

उदाहरणें.

प्रथम, ती संख्या काय आहे कीं, जी ६ यांनीं गुणून त्या गुणाकारांत १८ मिळविले आणि ती बेरीज ९ यांनीं भागिली, तर भागाकार २० होईल.

आतां १८ आणि ३० या दोन मिथ्या संख्या सत्य सांख्या मानून घे.

प्रथमसंख्या.

१८	
६	
१०८	
१८	
९) १२६	
१४	उत्पन्नें
२०	सांगितलेंउत्तर.
−६	अंतरें.
३०	
१८०	
३६	
८) २१६	गुणाकारांची बेरीज.
२७	इच्छिलीसंख्या, हें उत्तर.

दुसरीसंख्या.

३०
६
१८०
१८
९) १९८
२२
२०
+२
१८
३६

ताळा.

२७
६
१६२
१८
९) १८०
२०

दुसरी रीति.

गणिताच्या तक्त्यांतील करून इछिले संख्येचे अति संनिध दोन संख्या काढून त्यांशीं प्रश्नाचे संकेता प्रमाणें वेगळालीं कामें करावीं, नंतर जीं उत्पन्नें होतील, तीं अधिक उणी पाहून त्यांस (+) धन (−) ऋण चिन्हें अनुक्रमें करावीं.

या अति संनिध संख्यांची वजाबाकी त्यांतील एक अंतरानें गुणावी, आणि तो गुणाकार त्या अंतरांचे वजाबाकीनें भागावा, जर तीं अंतरें सरूप आहेत, आणि विरूप आहेत, तर त्यांचे बेरिजेनें भागावा, अथवा याप्रमाणें प्रमाणराशी कराव्या, जशी दोन अंतरांची वजाबाकी : किंवा दोन उत्पन्नांची वजाबाकी : दोन घेतले अति संनिध संख्यांचे वजाबाकीस आहे : : तसें कोणतेंही अंतर : तें आपले संख्येचे शुद्धीस होईल.

नंतर तो भागाकार किंवा तें इछाफळ आपली संख्या अधिक असल्यास त्यांतून वजा करावें, आणि आपली संख्या उणी आसल्यास त्यांत मिळवावें, ह्मणजे इछिली संख्या उत्पन्न होईल.⁜

⁜ ह्मणजे पूर्व आश्रय सांगितला त्याप्रमाणें र : स : : क्ष - अ : क्ष - ब, याज करितां भागाकारानें र : स : स : : ब - अ : क्ष - ब, परंतु बा - आ = र - स याजकरितां बा - आ : स : : ब - अ : क्ष - ब, अथवा बा - आ : ब अ : : स : क्ष - ब, ह्मणजे ही दुसरी रीति आहे.

उदाहरणें.

प्रथम, पूर्व उदाहरण आहे तेंच यारीतीनें करावें.

प्रथम संख्या,	दुसरी संख्या,	
१८	३० याची वजाबाकी	१२
	लाहान अंतर	२
−६ . . अंतरें . . +२	याची बेरीज ८)	२४
		३ भागाकार.

३० या अधिक संख्येंतून.

३ वजा करून.

२७ बाकी इछिली संख्या हें उत्तर.

अथवा, २२ − १४ : ३० − १८ : : किंवा ८ : १२ : : २ : ३. पूर्वप्रमाणें ३० या संख्येचे शुद्धीस होईल.

दुसरें, बाप आणि लेंक हे दोघे बोलत होते, तेथें लेंकानें बापास विचारिलें, बाबा तुह्मास वय काय आहे, बाप सांगतो, अरे बाळा आज तुझें वय माझे वयाचा $\frac{1}{3}$ आहे परंतु ५ वर्षांपूर्वीं तुझें वय माझे वयाचा $\frac{1}{4}$ होता, तर त्यादोघांचीं वयें काय आहेत.

उत्तर, १५ आणि ४५

तिसरें, कोणी गृहस्थानें प्रति दिवशीं १$\frac{1}{2}$ प्रमाणें २० दिवसांचे करारानें एक कारागीर ठेविला, त्याची करारी येणें प्रमाणें, तो कारागीर ज्या दिवशीं खेळेल किंवा गैर हजीर होईल त्यादिवसाचा त्यापा

सून उलटा रुपया ½ दंड घ्यावा, पुढें करारीचे दिवस पुरे झाल्यानंतर त्या गृहस्थाकडे त्या कारागिराचे रुपये २२ ठरले, तेव्हां त्यानें किती दिवस काम केलें.

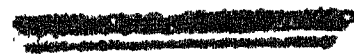
उत्तर, १६ दिवस.

चवथें, अ आणि ब हे दोघे बरोबर समान रुपये घेऊन जुगार खेळावयास बसले, तों प्रथमच अ, रुपये २० जिंकिला, नंतर जवळचे सर्व पैक्याचे ⅔ हारला, शेवटीं खेळ संपून उठले, ते समयीं बचे जवळ अचे चौपट पैका झाला, तेव्हां प्रत्येकाजवळ आरंभीं किती किती रुपये होते.

उत्तर, १०० रुपये.

पांचवें, अ आणि ब या दोघांचा आदाय बरोबर आहे, त्यांत अ आपले आदायाचा ⅕ संग्रह करितो, परंतु ब प्रतिवर्षी अ पेक्षां ५०० रुपये अधिक खर्च करितो, आणि ४ वर्षांनंतर बला १००० रुपये कर्ज झालें, तेव्हां प्रतिवर्षी एकेकाचा आदाय व खर्च कीती तो सांग.

उत्तर, १२५० प्रत्येकाचा आदाय, आणि अचा खर्च प्रतिवर्षी १००० रुपये, बचा १५०० रुपये.



गणितांतील कामाचे प्रश्न.

प्रथम, तोफेचे गोळ्याचा मोठा वेग काळमानाचे १ सेकंदांत २००० फुट आहे, तर त्या भावानें पृथ्वीपासून फुटलेला गोळा सूर्यमंडळीं पोंचण्यास कितीवेळ लागेल, सूर्य आणि पृथ्वी यांचेमध्यें अंतर १००००००००मैल असें कल्पिलें, आणि एकवर्ष ह्मणजे ३६५ दिवस ६ अवर.

उत्तर, ८ $\frac{४८०८}{१३१४९}$ वर्षें.

दुसरा, तोफेचा गोळा बाहेर पडतो ते समयीं त्याचा वेग १ सेकंदांत १५०० फुट जाण्याचा असतो आणि सूर्याचा प्रकाश सूर्यापासून पृथ्वीवर पोंचण्यास ७½ मिन्युटें लागतात, तेव्हां प्रकाशाचे वेगाचें त्या तोफेचे गोळ्याचे वेगाशीं गुणोत्तर काय आहे.

उत्तर, जसें ७८२२२२$\frac{२}{९}$: १ एकाला.

तिसरा, एक मिन्युटांत ७० पावलें चालतो, पाउल ह्मणजे २८ इंच, तर या भावानें एक अवरांत किती चालेल.

उत्तर, १ $\frac{११३}{१३२}$ मैल.

चवथा, एकसेकंदांत २ पावलें अथवा एक मिन्युटांत १२० पावलें चालतो, पाउल ह्मणजे २८ इंच, तर या भावानें कोणी शिपाई कुच करून चालते समयीं १ अवरांत किती चालेल, आणि एकठाणें २० मै

उत्तर, ३ $\frac{२}{२९}$ मैल १ अवरांत चालेल.

अ. बि.
आणि ७ .. १७ $\frac{३}{५}$ वेळ लागेल.

पांचवा, ७०० यार्ड लांबिची एक भिंत २९ दिवसांत सिद्ध करा याचा संकेत, त्यांत १२ माणसानीं ११ दिवस काम केलें, तों ती भिंत २२० यार्ड मात्र सिद्ध झाली. तेव्हां या भावानें काम चालविणें तर पूर्व संकेता प्रमाणें भिंत पुरी होण्यास पूर्व संख्येहून किती माणसें अधिक असावीं.

उत्तर, ४ माणसें पूर्व संख्येहून अधिक.

साहावा, ५००००००००० रुपये एकाशीं एक लावून एका पुढें एक असे भूमीवर एक सरळ रेषेंत ठेविले, मनांत आण कीं, एकेक रुपयाचा व्यास एकेक इंच आहे, तर ती रुपयांची ओळ किती लांब होईल.

मै. या. फु. इं.
उत्तर, ७८९१ .. ७२८ .. २ .. ८

सातवा, एक शेताचे भोंवता बांध आहे, त्याची परिमिती ५३६ यार्ड आहे, आणि त्या शेताचे समोरा समोरचे बाजूंवर अ आणि ब हे दोघे मनुष्य उभे आहेत, त्यांत अ एक मिनुटांत ११ यार्ड चालतो,







आणि ब तीन मिन्युटांत २४ यार्ड चालतो, ते दोघे शेतास सव्यप्रदक्षिणा करायास उभे होते तेथून एक काळींच निघाले, तर लवकर चालणाराच्या किती प्रदक्षिणा होतील, तेव्हां पुढील मंदचालणारास मिळवील.

उत्तर, १७ प्रदक्षिणा.

आठवा, कोणी एकला मनुष्य अ १२ दिवसांत जें काम करितो, आणि तेंच काम दुसरा मनुष्य ब एकला १४ दिवसांत करितो, जर तेंच काम ते दोघे मिळून करितील तर किती दिवस लागतील.

उत्तर, ६ $\frac{६}{१३}$ दिवस.

नववा, एक तांब्याचे खाणींत एकाचा भाग $\frac{३}{५}$ आहेत, त्यानें त्यांतून $\frac{३}{४}$ एक मनुष्यास १८००० रुपयांस विकले, तेव्हां त्यास सगळे खाणीचें मोल काय होईल.

उत्तर, ४०००० रुपये.

दाहावा, कोणी एक मनुष्य आपले प्राप्तीचे एक चतुर्थांशाहून २०० रुपये अधीक खर्च करितो, तथापि त्याचे जवळ प्राप्तीचे आर्धाहून ३०० रुपये अधिक संग्रह राहातो, तेव्हां त्याची सर्व प्राप्ति किती.

उत्तर, २००० रुपये.

अकरावा, घड्याळांतील मिन्युटकांटा आणि अवरकांटा हे दोन्ही १२ अवरांचे स्थानीं एकत्र होते, ते पुनः पुढें केव्हां एकत्र होतील.

अ. मि. से.

उत्तर, १ $\frac{१}{११}$ अवर, किंवा १.. ५.. २७ $\frac{३}{११}$

बारावा, कोणी एक मनुष्याची प्राप्ति एक वर्षाची १५००० रुपये आहेत. आणि एक आठवड्यांत २१० रुपये खर्च करितो, ते व्हां वर्षांतीं किती रुपये संग्रह किंवा कर्ज होईल, एथें वर्ष विशा यती मानावें.

उत्तर, ४०८० रुपये संग्रह.

तेरावा, कोणीएक मनुष्यानें दर पैशास २ प्रमाणें १८० आंबे विकत घेतले, पुनः दर पैशास ३ प्रमाणें दुसरे १८० आंबे विकत घेतले, नंतर २ पैशांचे ५ प्रमाणें ते सर्व आंबे विकले, तेव्हां मुदलांत नफा किंवा तोटा किती झाला तो सांग.

उत्तर, ६ पैसे तोटा झाला.

चवदावा, दर आसामीस दर दिवशीं दोन शेर प्रमाणें १५०० मनुष्यांस १२ आठवडे पर्यंत पुरेल इतकें अन्न कोठींत आहे, तेंच अन्न दर आसामीस दर दिवशीं १ $\frac{१}{२}$ शेर प्रमाणें केल्यास २० आठवडे पर्यंत किती मनुष्यांस पुरेल.

उत्तर, १२०० मनुष्यांस.

पंधरावा, लंडन शहराचे ऋवोन्नतांत पृथ्वीचे भोंवती त्यास्थळीं ऋवोन्नत पारिघाची लांबी १५५५० मैल आहे, आणि पृथ्वी आपले आंसावर २३ अवर ५६ मिन्युटांत पश्चिमेकडून पूर्वेकडे प्रदक्षिण एकवार फिरते, तेव्हां या भावानें एक अवरांत फिरण्याचें गमन किती आहे तें सांग.

उत्तर, ६४९ $\frac{२५९}{३५९}$ मैल.

सोळावा, कोणी मनुष्य अंतकाळीं आपलें सर्व द्रव्य पुत्रास देऊन आपण मरण पावला, नंतर त्या पुत्रानें त्या द्रव्याचा $\frac{१}{७}$ आठमहिन्यांत खर्च केला, नंतर बाकी राहीले द्रव्याचे $\frac{३}{७}$ बारा महिन्यांत उपजीविकेस खर्च करून हिसाब पाहातो, तों ८२०० रुपये बाकी राहिले, तेव्हां सर्व द्रव्य किती होतें तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, ११३२ .. १ .. ३१ सगळें द्रव्य.

सत्रावा, एके किल्ल्यास शत्रूनें फौजेचा वेढा दिला होता त्या किल्ल्यांत १००० मनुष्य होतें, त्यांस भक्षायास प्रतिदिवशीं प्रतिमनुष्यास २ शेर प्रमाणें ५ आठवडे पर्यंत पुरेल इतकें अन्न संग्रहीं होतें, तेच समयीं त्यांचे कुमकेस ५०० मनुष्य किल्ल्यांत आलें, परंतु वेढा उठवाया जोगती कुमक येण्यास ८ आठवड्याचा अवकाश आहे,

तेव्हां तेंच अन्न त्या सर्वांस तेथपर्यंत पुरविणें प्राप्त. तेव्हां दर मनुष्या स दर दिवशीं किती शेर प्रमाणें द्यावें, तें सांग.

उत्तर, ३ १/३ पावशेर.

आठरावा, कोणी एक मनुष्यानें आपले अंतकाळीं धाकटे पुत्रास ८८००० रुपये दिले, हे वडिल पुत्रास जें द्रव्य दिलें त्याचे ११/१३ होतात, तेव्हां त्या मनुष्याचें सर्व द्रव्य किती तें सांग.

उत्तर, १९२००० सर्वद्रव्य.

एकुणिसावा, कोणी एक मनुष्य घड्याळाचे कांट्यावर दृष्टी ठेवून बसला होता, त्यास दुसऱ्यानें विचारिलें, किती अवर झाले, तेव्हां तो ह्मणतो, पांचांपासून साहा इतक्यांत आहे, तेसमयीं पुनः त्यानें विचारिलें कीं निश्चय सांग, त्यास त्यानें उत्तर केलें, जे या समयीं अवरकांटा आणि मिन्युटकांटा हे दोनी एकत्र आहेत, यावरून समज.

एक अवरांत अवरकांटा पूर्ण परिघाचा १/१२ चालतो, आणि मिन्युटकांटा एक अवरांत सगळा परिघ अथवा १२/१२ चालतो.

उत्तर, २७ ३/११ मिन्युटें.

विसावा, २० मनुष्यें १२ दिवसांत जें काम करितील त्याचें तिपट काम पूर्ववेळेचे १/५ त करणें तर किती मनुष्यें असावीं.

उत्तर, ३०० मनुष्यें.

एकविसावा, कोणी एक मनुष्यानें मरण समयीं आपले द्रव्याचे $\frac{५}{१८}$ एक पुत्रास देऊन जें बाकी राहिलें त्याचे $\frac{५}{१८}$ दुसरे पुत्रास दिलें आणि जें बाकी राहिलें तें बायकोस दिलें, पुढें पाहातां त्या दोन पुत्रांचे वांट्यांची वजाबाकी ५१४३ रुपये १ पावला ३३ रेस इतकी आहे, तेव्हां बायकोस किती पावलें तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, १२७००.. ३.. ५३

बाविसावा, कोणी मनुष्यानें मरणसमयीं आपले द्रव्याचे $\frac{१३}{२०}$ एक पुत्रास आणि बाकी राहिलें तें दुसरे पुत्रास असें लिहून मरण पावला, पुढें ते दोघे पुत्र द्रव्य वांटून घेऊं लागले, तों एकास दुसऱ्यापेक्षां १२००० रुपये अधिक आले, तेव्हां सगळें द्रव्य किती तें सांग.

उत्तर, ४०००० रुपये.

तेविसावा, मुंबई आणि पुणें यांचे मध्यें अंतर सुमारानें १०० मैल आहे, आतां अ, आणि ब, हे दोन सांडणीस्वार या दोन स्थळांहून एकदांच निघाले, ते असे कीं अ, मुंबईहून निघाला तो पुण्यास जाणारा, आणि ब, पुण्याहून निघाला तो मुंबईस जाणारा, पुढें ते निघाल्यापासून ७ अवरांनीं मार्गीं परस्पर भेटले, तेव्हां असें कळलें कीं, ब पेक्षां अ दर अवरास $१\frac{१}{२}$ मैल अधिक चालिला,

तेव्हां यावरून ते उभयतां सांडणीस्वार दर अवरास किती किती मैल चालिले.

उत्तर, ७ ३५/३८ मैल, अ, आणि ६ ११/३८ मैल, ब.

चोविसावा, पुणें आणि पंढरपूर यांचे मध्यें अंतर सुमारानें १३० मैला आहे, आतां प्रातःकाळीं आठ अवर वाजतांच पंढरपुराहून अ, जासूद निघाला पुण्यास जाणारा, तो दर अवरास ३ मैल चालतो, आणि त्याच दिवशीं सायंकाळीं चार अवर वाजतांच पुण्याहून ब, जासूद निघाला पंढरपुरीं जाणारा, तो दर अवरास ४ मैल चालतो, तेव्हां या दोघांची मार्गीं पंढरपुरापासून किती मैलांवर भेट होईल तें सांग.

उत्तर; पंढरपुरापासून ६९ ३/७ मैलांवर.

पंचविसावा, १०० आंबे एकेक यार्डाचे अंतरानें सरळ रघेंत ठेविले आहेत, आणि प्रथम आंब्यापासून एक यार्डाचे अंतरानें पाटी ठेविली आहे, तेसमयीं एकानें दुसऱ्यास सांगितलें कीं प्रतिखेपेस १ एक आंबा पाटींत ठेवावा, तर आशा रीतीनें सर्व आंबे त्या पाटींत येतपर्यंत त्या मनुष्यास किती चालावें लागेल, तें सांग.

मै. यार्ड
उत्तर, ५.. १३००

सविसावा, विलायतेकडेस इतालीया देशांत घड्याळें आहे,

तेथें अहोरात्र मिळून एकापासून २४ अवर वाजतात तेव्हां अव र कांट्याची १ प्रदक्षिणा होते त्याप्रदक्षिणेंत किती टोले वाजतात ते सांग.

उत्तर, ३०० टोले.

सत्याविसावा, शेष यानांवाचा एक मनुष्य होता, त्यानें आपले बुद्धिबळानें अपूर्व बुदबळांचा खेळ उत्पन्न करून आपले राजास दाखविला, तेसमयीं तो खेळ पाहून राजा अति संतुष्ट झाला, आणि त्याला माग ह्मणाला, तेव्हां त्यानें मागितलें कीं या बुद्बळांचे पटास ६४ कोष्टक आहेत, तर पहिले कोष्टकास १ गहु, दुसऱ्यास २ तिसऱ्यास ४ याप्रमाणें प्रतिकोष्टकास दुपटीनें वाढते असे ६४ पर्यंत जे गहुं होतील, त्यांचें द्रव्य मला द्यावें, तें राजानें मान्य केलें, तेव्हां जर २००७५ गहुं एकशेरांत राहातील, तर दर मणास दोन रुपये प्रमाणें त्या सर्व गव्हांचे किती रुपये होतील.

	रु.	पा.	रे.
उत्तर,	३८२८७१४००४५०५७ ..	२ ..	३८

अठाविसावा, कोणी एक मनुष्यानें प्रतिवर्षी आपले द्रव्याचे ⅔ पेक्षां १००० रुपये अधीक अशारीतीनें चारवर्षें पर्यंत द्रव्य वाढविलें, पाहातो तों १०३५२१ रुपये ३ पावले ५० रेस इतकें झालें तेव्हां आरंभीं किती रुपये होते तें सांग.

उत्तर, ४०००० रुपये.

एकुणतिसावा, कोणी एक मनुष्यानें ७५०० रुपये कर्जी घेतले, नंतर ७ वर्षांनी १०१२५ रुपये दिले, इतक्यानें व्याजसुद्धां कर्ज फिटलें तेव्हां दरसाल दरशेंकड्यास व्याजाचा दर काय तो सांग.

उत्तर, ५ रुपये.

तिसावा, १०००० रुपये आहेत, अ, ब, क, या तिघांस वांटून घावें ते असें कीं, अला कहून १२०० रुपये अधीक मिळतील, आणि बला कहून ९५० रुपये उणे मिळतील, तेव्हां त्या तिघांत कोणास किती रुपये येतील सांग.

उत्तर, अ ४४५० ब २३०० क ३२५० रुपये.

एकतिसावा, कोणी एक मनुष्याजवळ घड्याळ होतें, त्यास दुसऱ्यानें विचारिलें कीं, यावेळेस किती अवर वाजले आहेत, तेव्हां तो सांगतो जे दुपारचे बारा अवर वाजल्यापासून हीवेळ पर्यंत जो काळ गेला तो यावेळेपासून रात्रीचे बारा वाजतपर्यंत जो काळ जाणार त्याचे ४/५ आहेत, तेंव्हां यावरून बारांवर किती वाजले सांग.

अ०

उत्तर, ५ · · २० मिन्युटें

बत्तिसावा, मनांत आण कीं कोणा एका जवळ गलबताचे $\frac{३}{१६}$ होते त्या गलबताची किंमत १२००० रुपये, पुढें त्यानें त्यांतून $\frac{२}{९}$ चे $\frac{४}{५}$ विकले; आतां बाकी राहिले भागाचे किती रुपये होतील.

उत्तर, $\frac{३७}{२४०}$ यांची किंमत १८५० रुपये.

तेहतिसावा, १२०० बिघे जमीन अ, ब, क, या तिघांस वांटून देणें आहे, ती अशी कीं, बला अहून १०० बिघे अधिक, आणि कला बहून ६४ बिघे अधिक मिळेल, तेव्हां कोणास किती येईल सांग.

उत्तर, अला ३१२ बला ४१२ कला ४७६ बिघे.

चवतिसावा, ती संख्या काय आहे कीं, ज्या संख्येंतून $\frac{३}{८}$ चे $\frac{३}{७}$ वजा करून बाकींत $\frac{५}{१६}$ चे $\frac{८}{९}$ मिळविले, तर बरोबर १० होतील.

उत्तर, ९ $\frac{५६}{८४}$.

पस्तिसावा, एक संख्या, अशी आहे कीं त्या संख्येस जर १ $\frac{१}{२}$ चे $\frac{४}{५}$ चे $\frac{२}{३}$ यांनीं गुणिलें असतां गुणाकार बरोबर १ होईल, त्या संख्येचा वर्ग काय आहे तो सांग.

उत्तर, १ $\frac{९}{१६}$.

छत्तिसावा, ८ $\frac{१}{२}$ इंच रुंदीचा एक तकता आहे, आणि एक चौरस फुट ह्मणजे १२ इंच लांब, आणि बारा इंच रुंद घेणें आहे, तर त्यांत क त्यांतून किती इंच लांब घेतला तर बरोबर १ चौरस फुट होईल.

उत्तर, १६$\frac{१५}{३३}$ इंच.

सदतिसावा, तें मुद्दल काय आहे कीं, ज्याचें व्याज दरसाल दरशेंकडा ५ रुपये प्रमाणें आहे, आणि १$\frac{१}{२}$ वर्षांत रास १३६१ रुपये १ पावला होते.

उत्तर, १३०० रुपये.

अडतिसावा, कोणी गृहस्थानें मरणसमयीं आपलें द्रव्य अ, ब, क, या तीन पुत्रांस वांटून दिलें, तें असें कीं, जेव्हां बला ३ तेव्हां अला ४ आणि जेव्हां बला ६ तेव्हां कला ५ याप्रमाणें, आतां अचा भाग ४०००० रुपये निघाला, तेव्हां सगळें द्रव्य किती सांग.

उत्तर, ९५००० रुपये.

एकुणचाळिसावा, एक कुत्रा आणि एक ससा असे एके
शेतांत ४० यार्डांचे अंतरानें होते, तें
ळूं लागला, त्यास आरंभीं कुत्र्यानें
नंतर पाहिलें, आणि त्यास धरावे
या प्रमाणें दोघे धावूं लागले, त्यां
१० मैल आणि कुत्र्याचे धावण्याच
कुत्र्यानें त्यासशास धरिलें तेव्हां
धरी पर्यंत मध्यें काळ किती गेल

चा किसाबा, दोन भले मनुष्यांचे पुत्र द्रव्य हीन हो
घांस एके सरकारांत एकसमयींच दोनस्थळीं समान प्राप्त
ग मिळाले तेव्हां त्यांचीं वयें १८ अठरा वर्षांचीं होतीं, त्यांत ए
वेकी तो आपले प्राप्तीपेक्षां प्रतिवर्षी १०० रुपये अधीक खर्च
तु त्याचे मनांत लोकांचा पैका बुडवावा ही गोष्ट वाईट ह्म
वर्षीं त्या अधीक खर्च केले रुपयांचें दरशेंकडा दरवर्षास
ये ५ प्रमाणें खत लिहून आपले जीवाचा विमा दरशेंकड
६ प्रमाणें करीत असे.

आणि दुसरा विवेकी होता, तो प्रतिवर्षीं आप
नून १०० रुपये संग्रह करून ते दरशेंकडा दरसाल व्याज
प्रमाणें वाढवीत असे.

नंतर त्या दोघांचीं ५० पंनास वर्षांचीं वयें झालीं,
स्पर भेटले, तेसमयीं सरकारांतून प्रत्येकाची प्राप्ती प्रतिव
रुपये होती, ते परस्पर गोष्टी करूं लागले, तेथें अविवेक्यानें
क्षां अधिक खर्च केला ही आपली चूक पदरीं घेऊन निश्चय
आजपासून जुनें कर्जाचें व्याज व जीवाचे विम्याचा ऐवज
प्राप्तींतून बाकी राहील तितक्यांत आपला खर्च चालवीन
विवेक्यानें निश्चय केला कीं, आज पर्यंत संग्रह झाला आ
कें मुद्दल राखून त्याचें व्याज व सरकार संबंधीं प्राप्ती हें

